Institut Catholique d'Arts et Métiers Toulouse
Yassine Ariba

Exercices d'Automatique Numérique

I. Transformée en Z et réponse temporelle

Soit les équations récurrentes suivantes :

(a) $y[k] - 0.3y[k-1] + 0.02y[k-2] = u[k-1]$

(b) $y[k+2] - 3y[k+1] + 2y[k] = u[k]$

(c) $y[k] + 0.25y[k-1] - 0.125y[k-2] = u[k-1] - 2u[k-2]$

(d) $y[k+2] - 1.6y[k+1] + 0.8y[k] = u[k+2]$

Les signaux sont supposés nuls pour $k < 0$. Pour chaque cas :

1. Calculer les 6 premiers échantillons $y[k]$ avec $u[k]$ un échelon unitaire.
2. Exprimer la fonction de transfert $G(z) = Y(z)/U(z)$.
3. Exprimer la réponse temporelle $y[k]$ à l'entrée $u[k]$ (un échelon unitaire).

II. Régulation de niveau d'un réservoir

On considère le réservoir d'eau représenté sur la Figure 1. Ce système est constitué d'une pompe, permettant d'alimenter le réservoir avec un débit $q_e(t)$, et d'un écoulement de débit $q_s(t)$ assurant l'alimentation d'une installation. Nous souhaitons mettre en place un dispositif numérique pour la régulation de la hauteur d'eau $h(t)$.
L'évolution de la hauteur de liquide dans le réservoir est décrit par l'équation différentielle

$$S\frac{dh(t)}{dt} = q_e(t) - q_s(t)$$

où $S = 5\ m^2$ est la surface du réservoir. En première approximation l'écoulement incontrôlé peut être considéré comme proportionnel à la hauteur. Le réservoir est alors modélisé par

$$S\frac{dh(t)}{dt} + ah(t) = q_e(t)$$

avec $a = 0.02\ m^2/s$.

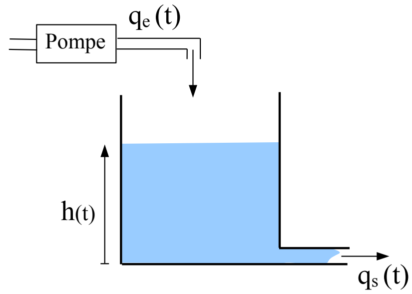

Figure 1: *Réservoir d'eau*

1. Donner la fonction de transfert $G(p)$ du système réservoir.

2. Déterminer la fonction de transfert échantillonnée $G(z)$ du système réservoir pour un fréquence d'échantillonnage de $F_e = 0.5Hz$.

3. Calculer et tracer la réponse de $h(kT_e)$ à un échelon d'amplitude $q_{e_0} = 3.10^{-3}\ m^3/s$.

Le système est maintenant commandé en boucle fermée avec une simple correction proportionnelle de gain $K > 0$.

4. Dessiner le schéma-bloc du système ainsi asservi.

5. Donner la fonction de transfert $F(z)$ du système en boucle fermée.

6. Analyser la stabilité de l'asservissement en fonction de l'amplification K.

7. On fixe $K = 0.5$. Calculer et tracer la réponse indicielle du système asservi.

8. Calculer l'erreur de position en fonction de K.

III. Asservissement de position d'une Antenne

L'étude porte sur l'asservissement en position angulaire d'une antenne destiné à poursuivre avec précision la position d'une cible mobile évoluant dans l'espace aérien (cf. Figure 2). On se propose d'étudier plus particulièrement l'asservissement de l'angle de l'antenne suivant l'axe vertical.
Le système de motorisation de l'antenne peut être modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Theta(p)}{U(p)} = G(p) = \frac{\frac{1}{10}}{p(0.2p+1)}$$

où $\Theta(p)$ et $U(p)$ sont, respectivement, les transformées de Laplace de l'angle $\theta(t)$ et la tension d'alimentation du moteur assurant le mouvement.

1. Déterminer la fonction de transfert échantillonnée du système en fonction de T_e.

Nous réalisons ensuite un asservissement tel que représenté sur la Figure 3. $D(z)$ est le correcteur.

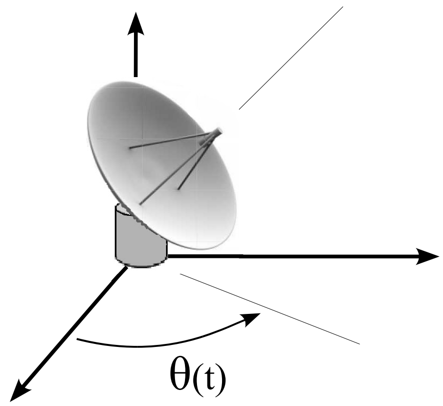

FIGURE 2: *Antenne*

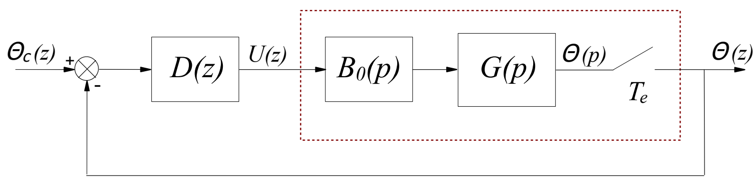

FIGURE 3: *Système asservi.*

2. On choisit $T_e = 50ms$. Écrire $G(z)$ et calculer la fonction de transfert $F(z)$ en boucle fermée pour un correcteur proportionnel ($D(z) = K$).

3. Analyser la stabilité du système asservi en fonction de K.

4. Exprimer l'erreur de position et l'erreur de traînage en fonction de K. Les calculer pour $K = 10$.

5. Calculer le gain de correction permettant d'avoir une erreur de vitesse inférieure à 2% de θ_{c_0}. Cette valeur est-elle réalisable ?

Nous posons maintenant un second correcteur $D(z) = 10\dfrac{1.013z - 0.9875}{z-1}$.

6. Le système asservi est-il stable ?

7. Calculer les nouvelles erreurs.

8. Donner l'équation récurrente à implémenter dans l'algorithme de commande.