

Décembre 2003

On souhaite contrôler à l'aide de calculateurs numériques le procédé continu décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\ddot{y}(t) = -aby(t) + (a+b)\dot{y}(t) + \frac{1}{2}abu(t) + \left(\frac{3}{2}b - 2a\right)\dot{u}(t)$$

où  $a$  et  $b$  sont des scalaires réels. La loi de commande  $\{u_k\}$  est appliquée au système à l'aide d'un convertisseur numérique/analogique modélisé par un bloqueur d'ordre zéro et un convertisseur analogique/numérique modélisé comme un échantillonneur, est placé en sortie (voir figure 1).

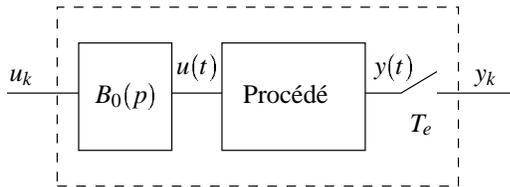


Figure 1: Procédé échantillonné

#### 1. Modélisation du procédé continu.

Donner la fonction de transfert  $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$  du système puis en déduire une représentation canonique diagonale dans l'espace d'état.

#### 2. Modélisation du système échantillonné.

Donner une représentation dans l'espace d'état du système échantillonné ainsi que sa fonction de transfert  $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$ .

#### 3. Analyse du système.

Faire l'application numérique en prenant  $a = \ln(2)$ ,  $b = \ln(3)$  et  $T_e = 1s$ . La suite de l'exercice se fait avec ces valeurs numériques. Le système est-il stable?

#### 4. Régulation proportionnelle.

Soit une commande par régulation proportionnelle telle que représenté sur la figure 2. Déterminer en utilisant le critère de Jury, les valeurs de  $K$  qui stabilisent le système.

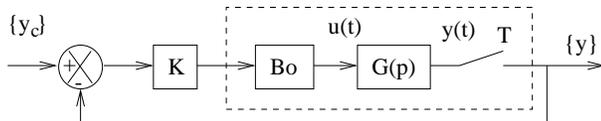


Figure 2: Régulation proportionnelle

#### 5. Commande par retour d'état.

Calculer le gain matriciel  $L_1$  qui permet de placer les pôles du système bouclé à zéro.

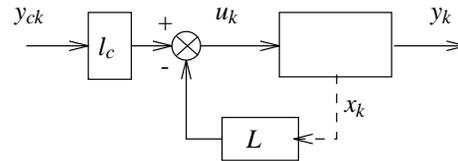


Figure 3: Commande par retour d'état

#### 6. Pré-commande.

Calculer le gain  $l_c$  de pré-commande qui permet d'assurer un gain statique unitaire.

#### 7. Analyse du système bouclé par le retour d'état.

Calculer la fonction de transfert en  $z$  du système bouclé. Quel est le temps maximal nécessaire au système bouclé pour atteindre le régime permanent? Justifier la réponse.

#### 8. Retour d'état.

On propose un autre gain de retour d'état  $L_2 = [-2.74 \ 3.37]$ . Caractériser les modes de la boucle fermée en termes de temps de réponse, d'amortissement et de pulsation propre.

#### 9. Observateur.

On suppose maintenant que l'état n'est pas mesurable et que seule la sortie  $\{y_k\}$  est accessible. Calculer un observateur de l'état du système tel que ses pôles soient nuls.

#### 10. Simulation.

En considérant successivement les retours d'états  $L_1$  et  $L_2$ , réaliser le schéma SIMULINK de la figure 4. Commentaires.

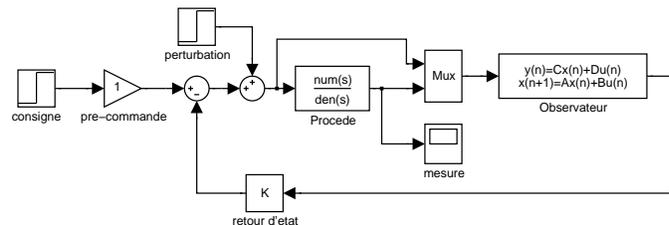


Figure 4: Schéma du système corrigé

#### 11. Régulateur R.S.T.

Calculer un régulateur R.S.T. qui satisfait les spécifications suivantes:

- les pôles de la boucle de régulation sont à zéro.
- rejet de perturbations type échelon sur l'entrée du processus.
- la dynamique de poursuite a une constante de temps  $\tau = 2s$ .
- précision en réponse à une consigne en échelon.