INSA de Toulouse, spécialité AEI 4ème année

$\boxed{\text{Travaux Dirigés d'Automatique } n^o 5}$

Commande par retour d'état

Novembre 2003

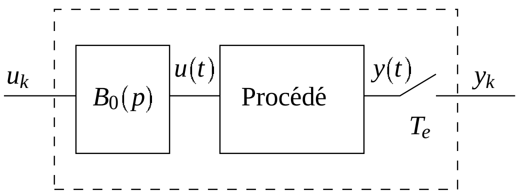

Figure 1: Procédé échantillonné

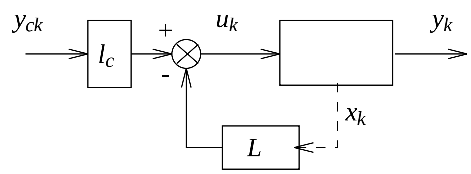

Figure 2: Commande par retour d'état

On considère le système représenté sur la figure 1 et décrit, pour une période d'échantillonnage $T = 1s$, par les équations d'état à temps discret :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \\ 1.5 & -0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x_k \end{array} \right.$$

1. Analyse du système

1. Étudier la commandabilité et l'observabilité de ce système.
2. Étudier la stabilité ainsi que le comportement en régime transitoire de ce système.
3. Caractériser le comportement en régime transitoire du procédé continu. Quel est son coefficient d'amortissement ζ et sa pulsation propre non amortie ω_n ?
4. Calculer les matrices de passage, notées M_c et M_o, permettant respectivement de passer de la base initiale aux bases compagnes de commande et d'observation.

2. Commande par retour d'état

On suppose que l'état x_k de ce système est accessible et que l'on applique, selon le schéma de la figure 2, une loi de commande par retour d'état :

$$u_k = -Lx_k + l_c y_{ck} \tag{1}$$

où y_{ck} représente la consigne, l_c est un gain de pré-commande et $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$ le gain de retour d'état.

1. Calculer une loi de retour d'état L_1 permettant de placer les modes du système à l'origine.
2. Calculer une loi de retour d'état L_2 permettant de placer les modes du système, pour avoir les caractéristiques suivantes:

$$\zeta = 0.425 \qquad \omega_n = 1 rad/s$$

par analogie avec un système continu.

3. Pré-commande

Pour chaque retour d'état L_1 et L_2, calculer respectivement les valeurs l_{c1} et l_{c2} de pré-commande qui permettent au système bouclé d'avoir un gain statique unitaire.

4. Calcul d'un observateur

On suppose que seule la sortie du système est accessible. On souhaite donc élaborer un observateur dynamique, selon le schéma de la la figure 3.

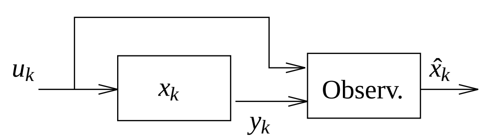

Figure 3: Ensemble procédé + observateur

1. Calculer un gain d'observateur H_1 tel que les pôles de l'observateur sont à l'origine.
2. Calculer un gain d'observateur H_2 tel que son comportement dynamique est décrit par l'amortissement et la pulsation propre suivants:

$$\zeta = 0.425 \qquad \omega_n = 1 rad/s$$

5. Simulation du système complet

On considère l'ensemble système + observateur + retour d'état (figure 4).

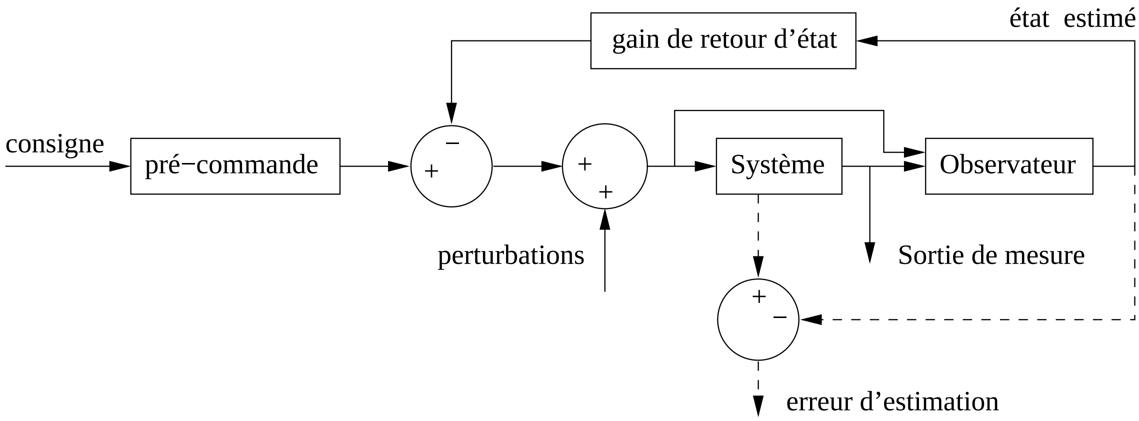

Figure 4: Observateur + retour d'état

Soient y_{ck} le signal de consigne, d_k le signal de perturbation, u_k la commande appliquée au système, y_k la sortie de mesure, x_k l'état du système, $\hat{x}_k$ l'état de l'observateur (état estimé) et e_k le vecteur d'erreur d'estimation. De plus, on pose :

$$\eta_k = \begin{pmatrix} x_k \\ \hat{x}_k \end{pmatrix}$$

1. Montrer que le système global vérifie les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{k+1} = \begin{bmatrix} A & -BL \\ HC & A-HC-BL \end{bmatrix} \eta_k + \begin{bmatrix} Bl_c & B \\ Bl_c & B \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_{ck} \\ d_k \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} y_k \\ e_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C & \mathbb{0} \\ \mathbb{1} & -\mathbb{1} \end{bmatrix} \eta_k \end{array} \right.$$

2. Faire un choix de l_c, L et H parmi les valeurs précédemment calculée. Définir dans l'environnement MATLAB les matrices décrivant le système complet. Simuler dans SIMULINK le comportement de cet ensemble pour différentes initialisations du procédé et de l'observateur et pour différents signaux de perturbation.