INSA de Toulouse, spécialité AEI 4ème année

Examen d'Automatique - Commande Numérique des Procédés

Documents et calculatrice autorisés.

13 Janvier 2004

On se propose d'asservir les variations d'altitude d'un ballon par rapport à une altitude de référence (voir figure 1). L'état du ballon se caractérise par :
h : écart d'altitude par rapport à l'altitude de référence ;
T : écart de température avec la température d'air dans le ballon pour se maintenir à l'altitude de référence ;
$v = \dot{h}$: vitesse verticale du ballon.

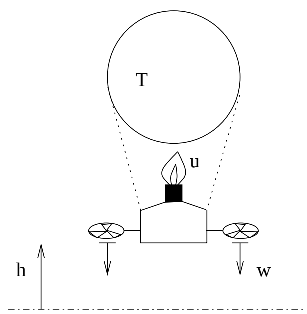

Figure 1: Ballon

Les commandes applicables sont au choix :
u : quantité de chaleur dégagée par le brûleur ;
w : force verticale exercée par les hélices.

L'évolution de la température du ballon se caractérise par l'équation :

$$\dot{T} = -2fT + u$$

Le bilan mécanique conduit à :

$$\dot{v} = -fv + f^2T + w$$

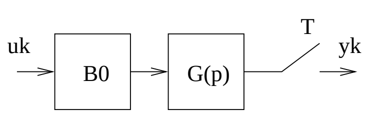

Figure 2: Échantillonnage

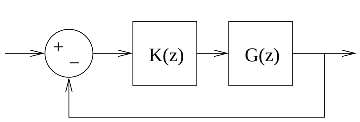

Figure 3: Système régulé

1ère partie

Dans cette partie on pose $f = \ln(\sqrt{2})$, seule les hélices sont employées ($u = 0$) et on possède un capteur d'altitude $y = h$.

1.a Donner la représentation d'état du système.

1.b Le système est-il observable? Est-il commandable?

1.c Montrer que la fonction de transfert du ballon s'écrit :

$$G(p) = \frac{1}{p(p+f)}$$

1.d On souhaite réaliser une commande numérique pour ce système. Pour cela, on réalise les conversions analogique - numérique modélisées comme sur la figure 2. La période d'échantillonnage choisie est T=2s. Donner la fonction de transfert $G(z)$ du procédé échantillonné. Montrer qu'en première approximation on a :

$$G(z) \simeq \frac{1.6z+1.3}{z^2-1.5z+0.5}$$

Dans la suite on utilise ce modèle approximé.

1.e $G(z)$ est-il stabilisable par retour de sortie proportionnel ($K(z) = k$ dans la figure 3)?

1.f Après des expérimentations sur le modèle à temps continu, il est envisageable de commander $G(p)$ à l'aide du régulateur :

$$K(p) = \frac{p+1}{p+2}$$

À partir de ce résultat, proposer un régulateur numérique $K(z)$ pour le système échantillonné $G(z)$.

1.g Pour ce choix de $K(z)$ calculer la fonction de transfert de la boucle fermée (figure 3). La boucle fermée est-elle stable?

1.h Lequel des trois schémas 5, 6, 7 (voir page suivante) correspond au lieu d'Evans de $K(z)G(z)$? En déduire si le système est stabilisable à l'aide d'un correcteur de la forme $kK(z)$, où k est un gain positif.

Tourner la page ⟶

2ème partie

Dans cette partie, on suppose à nouveau que l'on utilise uniquement les hélices ($u = 0$) et on possède un capteur d'altitude $y = h$. La période d'échantillonnage est inchangée ($T = 2s$). On se propose cette fois ci de réaliser un régulateur RST pour le modèle échantillonné légèrement modifié :

$$G(z) = \frac{z+1}{z^2 - 1.5z + 0.5}$$

Les spécifications à atteindre sont suivantes :
- dynamique de régulation caractérisées par une constante de temps τ_1 et une pulsation propre ω_p ;
- dynamique de poursuite de constante de temps τ_2.

$$\tau_1 = 1/\ln(\sqrt{2})\ s \qquad \omega_p = \pi/2\ rad/s$$
$$\tau_2 = 1/\ln(\sqrt{10})\ s$$

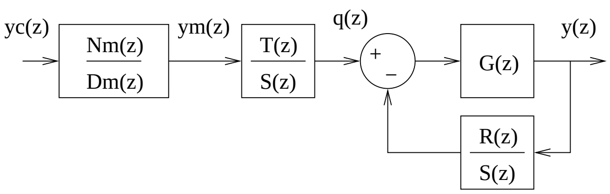

Figure 4: Régulation RST

2.a Calculer un correcteur RST satisfaisant ces spécifications.

2.b Dans la suite on considère le correcteur RST caractérisé par les polynômes suivants :

$$R = 7/6\,z - 5/12$$
$$S = z + 5/6$$
$$T = z + 1/2$$

Calculer les fonctions de transfert $y(z)/q(z)$ et $y(z)/y_m(z)$.

2.c Donner l'algorithme qui permet le calcul temps réel de q_k en fonction de y_{m_k}.

2.d On suppose toutes les conditions initiales nulles.
Pour une entrée indicielle appliquée sur l'opérateur $T(z)/S(z)$, ($y_{m_k} = 1, \forall k \geq 0$), calculer les 4 premières valeurs de q_k. Quelles sont les 4 premières valeurs de la sortie y_k?

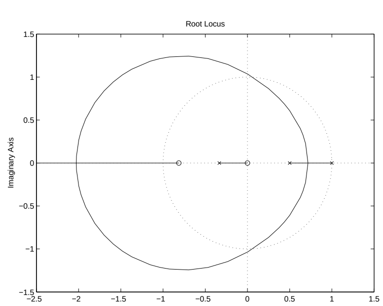

Figure 5:

3ème partie

Dans cette partie on considère $f = 1$, uniquement le brûleur est utilisé ($w = 0$), un capteur d'altitude mesure la sortie $y = h$.

3.a Donner le modèle d'état du système en choisissant comme vecteur d'état :

$$x(t) = \begin{pmatrix} T(t) \\ v(t) \\ h(t) \end{pmatrix}$$

3.b Donner la représentation d'état dans la base compagne d'observation. On notera x_0 l'état dans dans la base compagne d'observation.

3.c Montrer que le changement de base suivant est valide :

$$x = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_0$$

3.d De façon à surveiller (entre autre) la température de l'air dans le ballon, proposer un observateur à temps continu dont toutes les dynamiques sont non oscillantes de constante de temps $\tau = 1\ s$.

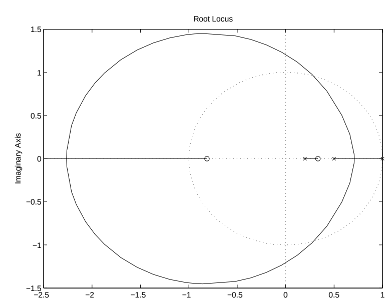

Figure 6:

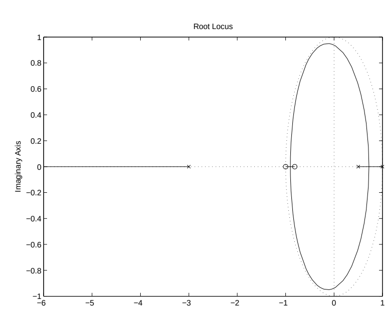

Figure 7: