INSA de Toulouse, spécialité AEI 4ème année

Examen d'Automatique

Mercredi 17 Janvier 2001

1. Modélisation d'un processus échantillonné.

On considère un processus continu dont la fonction de transfert est donnée par:

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)^2}$$

La loi de commande $\{u_k\}$ est appliquée au système à l'aide d'un convertisseur numérique/analogique modélisé par un bloqueur d'ordre zéro et un convertisseur analogique/numérique, modélisé comme un échantillonneur, est placé en sortie (voir figure 1). La période d'échantillonnage est $T_e = 1s$.

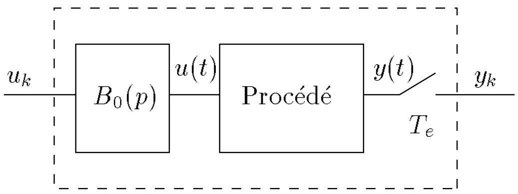

Figure 1: Procédé échantillonné

Calculer pour le processus échantillonné:

1.a. La fonction de transfert.

1.b. La représentation d'état sous forme de commande.

1.c. La représentation d'état sous forme de Jordan.

2. Analyse d'un système discret.

Soit la représentation d'état suivante:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{bmatrix} -0.3 & 1 & \alpha \\ 0 & 0.3 & -0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k \end{aligned}$$

Caractériser en fonction de α:

2.a. l'observabilité du système.

2.b. la commandabilité du système.

2.c. la stabilité du système.

Tourner la page ⟶

3. Analyse d'une boucle de régulation.

Soit le schéma de régulation donné par la figure 2. On s'intéresse à l'analyse de ce système discret.

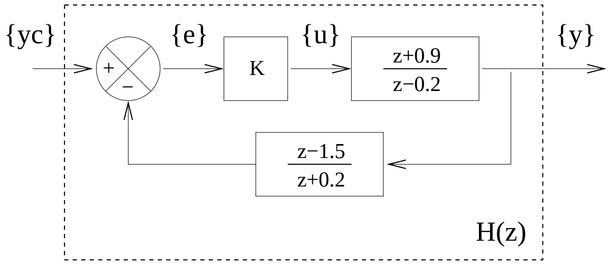

Figure 2: Boucle de régulation

3.a. Donner la fonction de transfert $H(z)$.

3.b. Etudier par le critère de Jury, la stabilité de $H(z)$ en fonction de $K > 0$.

3.c. En considérant que $\frac{z+0.9}{z-0.2}$ est le processus contrôlé par cette boucle de commande, donner l'algorithme récurrent caractérisant la commande.

4. Retour d'état et discrétisation.

On considère le système continu suivant:

$$G \; : \; \left\{ \begin{array}{ll} \dot{x}(t) = & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x(t) \quad + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = & \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{array} \right.$$

4.a. Le système est-il stable? commandable? observable?

4.b. Calculer une loi de commande par retour d'état:

$$u(t) = -Lx(t) + v(t)$$

telle que le système contrôlé possède un coefficient d'amortissement $\zeta = 0.6$ et une pulsation propre non amortie $\omega_n = 10 rad/s$.

4.c. Proposer un observateur dynamique de l'état de ce système dont les constantes de temps sont de $\tau = 0.1s$.

4.d. En supposant que l'observateur et la loi de commande par retour d'état constituent le correcteur complet pour le système, montrer que la fonction de transfert relative à ce correcteur s'écrit sous la forme d'un régulateur R.S.T. avec:

$$R(p) = p^2 + 30p + 379$$
$$S(p) = -2412p - 9621$$
$$T(p) = p^2 + 20p + 100$$

4.e. On suppose maintenant que le système G est échantillonné à la période $T = 0.01s$ et précédé d'un bloqueur d'ordre zéro comme sur la figure 1. En appliquant la méthode de discrétisation avant, proposer un correcteur discret pour le processus échantillonné:

$$U(z) = R_{1d}(z)V(z) + R_{2d}(z)Y(z)$$

4.f. De façon à imposer le gain statique du système échantillonné ainsi régulé, on applique une précommande telle que:

$$v_k = l_c y_{c_k}$$

Calculer l_c de manière à avoir un gain statique unitaire.