INSA de Toulouse, spécialité AEI 4ème année

Travaux Dirigés d'Automatique $n^o 4$

Corrigé

Novembre 2002

1. Pour commencer on définit dans l'environnement MATLAB le système à étudier et on trace la réponse à un échelon :

```
>> gc=tf([-2 2 10],[1 10 10 5]);
>> step(gc);
```

La réponse est donnée sur la figure 1.

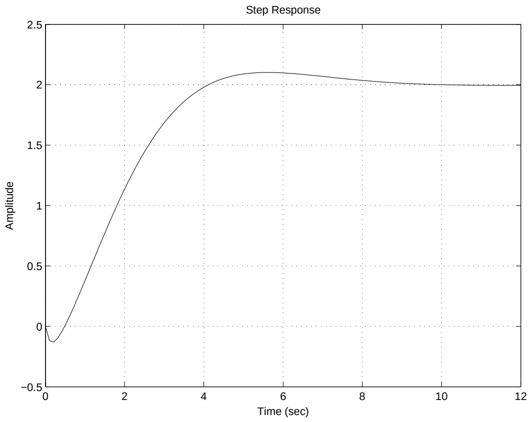

Figure 1: Réponse indicielle de $G(p)$

En traçant la tangenate au point d'inflexion on trouve les constantes suivantes qui caractérisent la réponse indicielle du système :

$$T_r = 0.5s \qquad a = 0.77 \qquad T_a = 2.6s$$

On en déduit le régalge d'un PI par la première méthodes de Zeigler-Nichols :

$$k_p = 2.3 \qquad \tau_i = 1.5$$

Pour ce régulateur on vérifie que la boucle fermée (calculée sur le système continu) est stable en effectuant les opérations suivantes dans l'environnement MATLAB:

```
>> rc=2.3*tf([1.5 1],[1.5 0]);
>> hc=feedback(gc*rc,1);
>> step(hc);
```

La réponse indicielle du système continu bouclé est donnée sur la figure 2. On constate que le régulateur rend le système précis (un intégrateur placé dans la chaîne d'action) et détériore le temps de réponse sans le faire exploser (assez usuel pour un régulateur PI, l'intégrateur a tendance a "ralentir" le système). Un défaut de ce régulateur est qu'il conduit à de fortes oscillations.

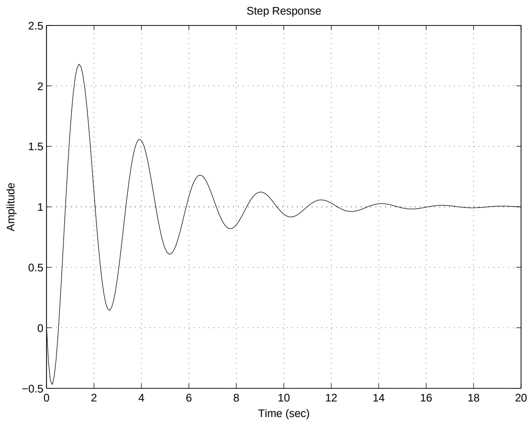

Figure 2: Réponse indicielle de $H(p)$

On s'intéresse maintenant à la régulation discrète du processus. Pour les besoins de la simulation on commence par calculer le modèle échantillonné du système en tenant compte de la période d'échantillonnage $T = 0.2s$ et du bloqueur d'ordre 0. Ce calcul est effectué dans l'environnement MATLAB

```
>> gd=c2d(gc,T,'zoh')

Transfer function:
 -0.1314 z^2 + 0.3358 z - 0.1708
----------------------------------
z^3 - 1.957 z^2 + 1.109 z - 0.1353

Sampling time: 0.2
```

Il convient alors de déterminer un régulateur numérique qui approxime le comportement du PI continu calculé précédement.

Comme proposé dans l'énnoncé on utilise pour cela la discrétisation de Tutsin. Dans l'environnement MATLAB cela donne:

```
>> rd=c2d(rc,T,'tutsin')

Transfer function:
2.453 z - 2.147
---------------
     z - 1

Sampling time: 0.2
```

Il convient alors de s'assurer que ce correcteur discret convient pour le système échantillonné gd. Pour cela on calcule le système discret en boucle fermée et on trace sa réponse à un échelon :

```
>> hd=feedback(gd*rd,1);
>> step(hd);
```

Le tracé de la réponse montre que le système bouclé est instable! La raison de cette instabilité est liée à ce que la synthèse est faite sans tenir compte de l'effet du bloqueur et de l'échantillonnage. Or sur cet exemple $T = 0.2s$ est une période assez proche du temps de réponse du système $G(p)$.

2. En première approximation le bloqueur peut être vu comme un opérateur continu retardant le signal de $T/2$. Ceci s'observe sur la figure 3 où la courbe en pointillés est l'approximation de la courbe en échelon obtenue au travers du bloqueur d'ordre zéro.

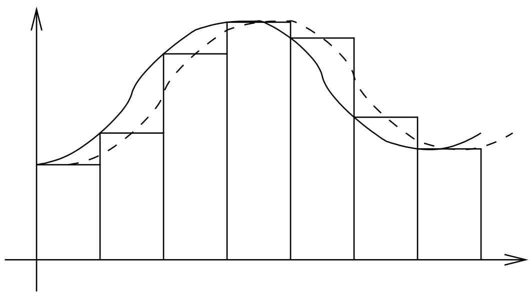

Figure 3: Approximation de l'effet du bloqueur par un retard pur T/2

Donc pour tenir compte de cet effet de retard il est possible de considérer non par la réponse du système continu de la figure 1 mais cette même réponse retardée de $T/2$. Ceci suppose de considérer les constantes de synthèse suivantes:

$$T_r = 0.6s \qquad a = 0.77 \qquad T_a = 2.6s$$

Ou encore les paramètres du PI donnés par la première méthodes de Zeigler-Nichols :

$$k_p = 1.9 \qquad \tau_i = 1.8$$

Pour ce nouveau réglage, le PI discret obtenu stabilise le systéme comme montré sur la figure 4 obtenue à l'aide des commandes suivantes:

```
>> rc=1.9*tf([1.8 1],[1.8 0]);
>> rd=c2d(rc,T,'tutsin')

Transfer function:
1.9 z - 1.9
-----------
   z - 1

Sampling time: 0.2
>> hd=feedback(gd*rd,1);
>> step(hd);
```

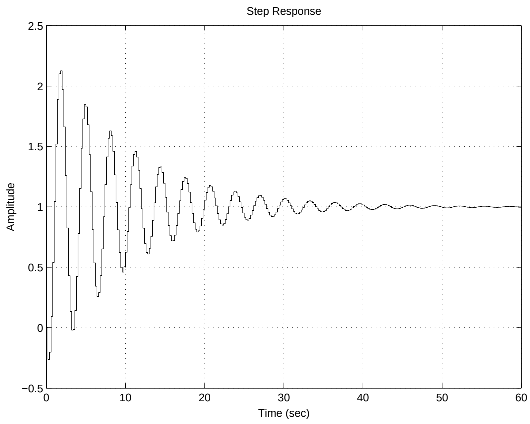

Figure 4: Réponse indicielle de $H(z)$

Pour ce régulateur, la stabilité ainsi que la précision sont satisfaites. Par contre les oscillations sont très fortes et le temps de réponse est dégradé.

3. On considère toujours les constantes évaluées en tenant compte de l'effet retard du bloqueur :

$$T_r = 0.6s \qquad a = 0.77 \qquad T_a = 2.6s$$

Le régalge par la méthode de Hrones-Reswick donne:

$$k_p = 0.75 \qquad \tau_i = 3.1$$

Pour ce nouveau réglage, le PI discret obtenu stabilise le systéme comme montré sur la figure 5 obtenue à l'aide des commandes suivantes:

```
>> rc=0.75*tf([3.1 1],[3.1 0]);
>> rd=c2d(rc,T,'tutsin')

Transfer function:
0.7742 z - 0.7258
----------------
      z - 1
```

```
Sampling time: 0.2
>> hd=feedback(gd*rd,1);
>> step(hd);
```

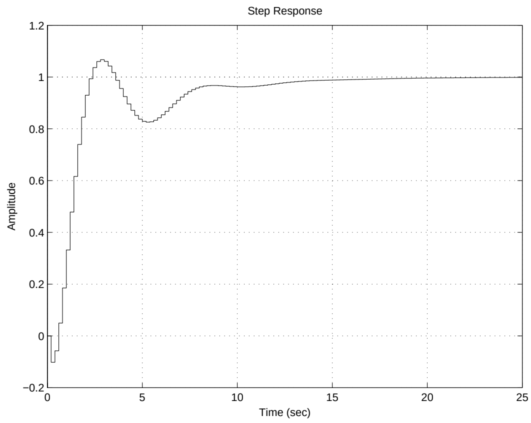

Figure 5: Réponse indicielle de $H(z)$

La stabilité, la précision et la rapidité sont satisfaisante avec peu de dépassement transitoire.

4. Cette foix-ci on approxime l'effet du bloqueur par un opérateur du premier ordre tel que la réponse à un échelon du retard $T/2$ est sensiblement proche de celle de $\frac{1}{1+T/2p}$ comme représenté sur le figure 6.

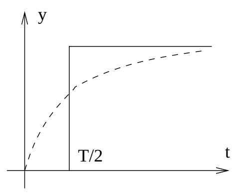

Figure 6: Réponse indicielle du retard pur et de son approximation de Padé.

La synthèse se fait donc à partir du système en boucle ouverte $\frac{1}{1+T/2p}G(p)$. La seconde méthodes de Zeigler-Nichols implique de trouver un gain K_o tel que la boucle fermée réalisée par la loi de commande $u = e - K_o y$ est en limite de stabilité. Ceci est obtenu en prenant $K_o = 2.97$ et l'oscillation limite pour cette valeur peut-être observée en faisant :

```
>> Bo=tf(1,[T/2 1]);
>> Ko=2.97;
>> hc=feedback(gc*Bo*Ko);
>> step(hc);
```

Cette courbe montre que le système est en limite de stabilité (il oscille fortement et converge très-très lentement). La période de l'oscillation observée est $T_o = 2$. On en déduit les paramètres suivant pour le PI:

$$k_p = 1.3 \qquad \tau_i = 1.66$$

On reprends les étapes de calcul et de tracé :

```
>> rc=1.3*tf([1.66 1],[1.66 0]);
>> rd=c2d(rc,T,'tutsin')

Transfer function:
1.378 z - 1.222
---------------
     z - 1

Sampling time: 0.2
>> hd=feedback(gd*rd,1);
>> step(hd);
```

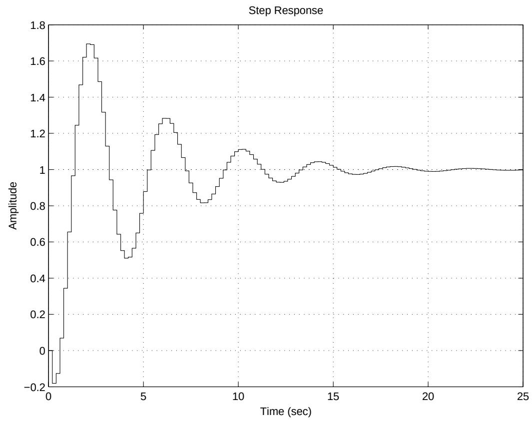

Figure 7: Réponse indicielle de $H(z)$