ENSA de Agadir, 4ème année

Examen d'Automatique - Commande Numérique des Procédés

Documents et calculatrice autorisés.

Mai 2003

Exercice 1 / 4

Soit le système à temps continu donné par l'équation différentielle suivante:

$$\dot{y}(t) = -\ln 2\, y(t) + \dot{u}(t) - \ln 2\, u(t)$$

1.a Donner la fonction de transfert $G(p)$ de ce système.

On souhaite commander ce système à temps continu par des moyens numériques. Pour cela on place un convertisseur numérique/analogique en entrée et un convertisseur analogique/numérique en sortie. La cadence de fonctionnement de ces convertisseurs est notée T.

1.b Faire un choix de modélisation des convertisseurs.

1.c Calculer en fonction de T la fonction de transfert $H(z)$ du système à temps discret obtenu.

1.d Rappeler le théorème de Shannon et en déduire parmi les cadences suivantes celles qui conviennent au système:

$T_1 = 1\,s \quad T_2 = 0.1\,s \quad T_3 = 4/\ln 2\,s \quad T_4 = 10\,s \quad T_5 = 0.5\,s$

Exercice 2 / 4

Soit le système donné par :

$$\frac{(z-12)(z+3\sqrt{2})}{(z+1/2)(z^2 - \sqrt{2}\,e^{-1}z + e^{-2})}$$

Caractériser les modes de ce système en termes de pulsation propre, de temps de réponse et d'amortissement.

Exercice 3 / 4

Soit le système à temps discret cadencé à la période $T_1 = 1\,s$ dont la fonction de transfert s'écrit :

$$H_1(z) = \frac{2z-3}{2z-1}$$

3.a Donner l'équation récurrente qui lie les sorties y_k de ce système aux entrées u_k.

3.b A l'aide de l'équation récurrente, en supposant les conditions initiales nulles, donner les valeurs de y_0, y_1, y_2 et y_3 de la réponse indicielle (échelon unitaire) du système.

3.c En utilisant la fonction de transfert, donner la suite y_k pour une entrée indicielle et des conditions initiales nulles.

Soit cet autre système à temps discret cadencé à la période $T_5 = 0.5\,s$ dont la fonction de transfert s'écrit :

$$H_5(z) = \frac{\sqrt{2}\,z + 1 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,z - 1}$$

3.d Donner la suite y_k pour une entrée indicielle et des conditions initiales nulles.

3.e Comparer les réponses des questions 3.c et 3.d et commenter.

Exercice 4 / 4

Soit un régulateur continu

$$F(p) = \frac{3p+1}{3p+6}$$

adapté pour le système

$$G(p) = \frac{p-\ln 2}{p+\ln 2}$$

On souhaite réguler le système à l'aide de commandes numériques cadencées à la période $T_1 = 1\ s$.

4.a En utilisant les approximations avant, arrière et Tustin, proposer trois régulateurs discrets ($F_1(z)$, $F_2(z)$ et $F_3(z)$ respectivement) pour le système échantillonné.

On s'intéresse à la boucle de rétroaction de la figure 1.

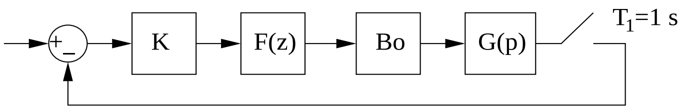

Figure 1: Boucle de rétroaction

4.b Pour chacun des trois lieux d'Evans des figures 2, 3 et 4, identifier à quel choix de régulateur ($F_1(z)$, $F_2(z)$, $F_3(z)$) ils correspondent.

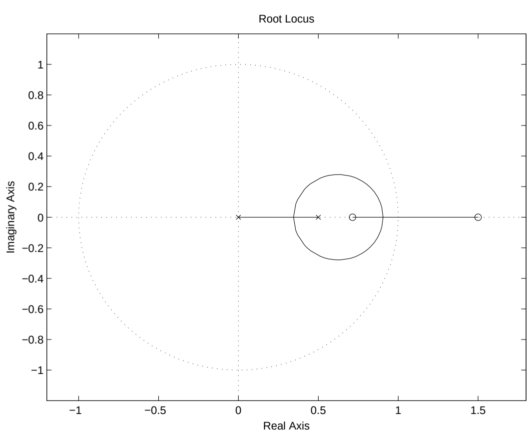

Figure 2: Lieu d'Evans

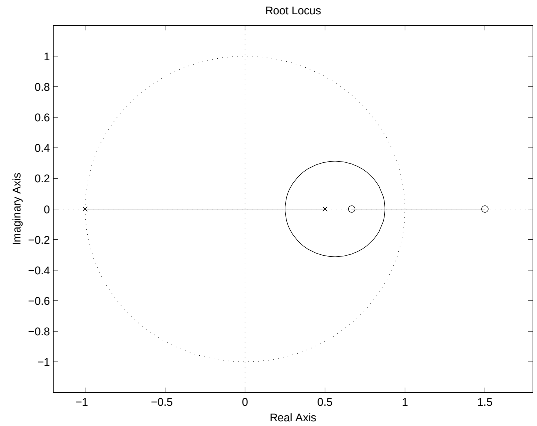

Figure 3: Lieu d'Evans

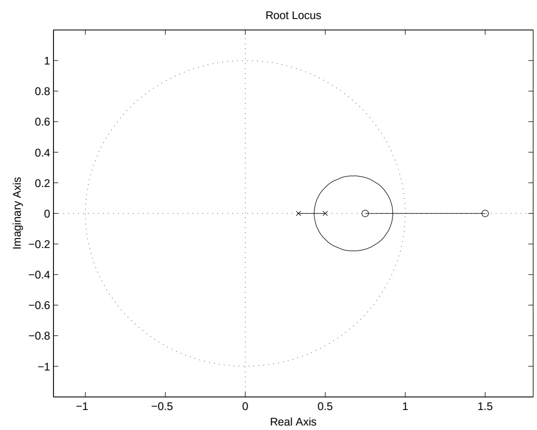

Figure 4: Lieu d'Evans

4.c Soit le régulateur

$$F_4(z) = \frac{1}{2z+1}$$

tracer le lieu d'Evans pour ce choix de régulateur.

4.d A l'aide du critère de Jury déterminer les conditions sur K pour que la boucle fermée avec le régulateur $F_4(z)$ soit stable.