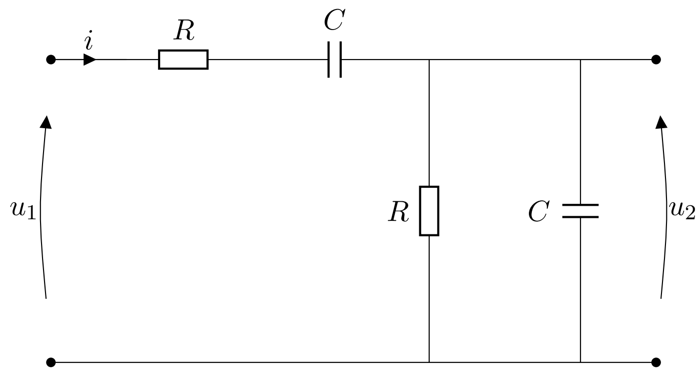
Filtrage

Filtre de Wien

Énoncé



1. Quels sont les comportements hautes et basses fréquences de ce filtre?

2. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre, montrer que c'est un passe-bande et donner une fréquence propre.

3. Étudier la bande passante en fonction de R et C.

4. Mettre la fonction de transfert sous la forme d'un produit de deux fonctions de transfert du premier ordre, l'une passe-bas, l'autre passe-haut. On écrira la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H} = H_0' \cdot \frac{1}{1 + jx'} \cdot \frac{jx'}{1 + jx''}, \tag{1}$$

et on précisera les expressions de H_O', x' et x''.

5. Faire l'étude asymptotique de ses diagrammes de Bode.

Corrigé

1. A basse fréquence, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert. Ainsi $i = 0$ et le courant dans la résistance de droite est nul. Par conséquent $u_2 = 0$. A haute fréquence, les condensateurs sont des fils. On a donc $u_2 = 0$.

2. En utilisant les lois de Kirchoff, et sachant que pour un condensateur, $i = C\frac{dU}{dt}$, et en faisant la conversion entre équation différentielle et fonction de transfert, on obtient :

$$\underline{H} = \frac{1/3}{1 + \frac{j}{3}\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}. \tag{2}$$

On peut poser $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

3. La bande passante correspond à l'intervalle de ω pour lequel le module de la fonction de transfert est supérieur à $max(|\underline{H}|)/\sqrt{2}$. Le maximum du module est atteint pour ω_0 et vaut 1/3. On a alors $\Delta\omega = \frac{3}{RC}$.

4. On obtient :

$$H_0' = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, x' = \frac{2\omega/\omega_0}{3+\sqrt{5}}, x'' = \frac{2\omega/\omega_0}{3-\sqrt{5}}. \tag{3}$$

Pour cela on utilise les identités remarquables en factorisant par ω/ω_0.

5. Grâce au logarithme, on peut écrire : $G = G_0' + G' + G''$ et $\phi = \phi_0' + \phi' + \phi''$. On a alors la somme du gain d'une fonction de transfert constante, d'un passe-bas du premier ordre et d'un passe-haut du premier ordre. On a donc un passe-bande de gain maximal $20\log H_0'$. Les pentes sont respectivement de 20dB et -20dB par décade. Le pic est atteint en $2\omega_0/3$ Concernant la phase, on a une décroissance de $\pi/2$ à -$\pi/2$ avec le 0 au même endroit que le pic.