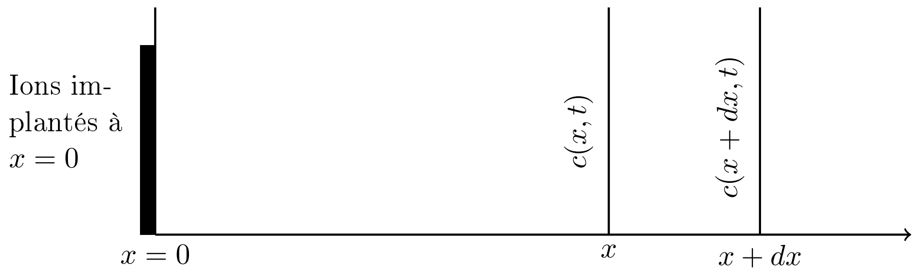
Diffusion de particules

Diffusion des atomes dans les solides

Énoncé

Dans l'industrie de la micro-électronique, les phénomènes de diffusion sont souvent utilisés pour la fabrication de transistors. La diffusion d'atomes de bore dans un substrat de silicium permet par exemple de modifier les propriétés de ce dernier. Afin de permettre la diffusion d'atomes au sein d'un solide, il est nécessaire de travailler à des températures élevées. Une fois refroidi, le produit est stable.

On suppose que la diffusion a lieu uniquement suivant (Ox). Soient deux plans situés en x et $x+dx$ où existent à l'instant t des concentrations $c(x,t)$ et $c(x+dx,t)$.



1. Donner l'expression de la loi de Fick liant le flux de particules $J(x,t)$ et la concentration particulaire $c(x,t)$. Donner la dimension de J et du coefficient de diffusion D.

2. Établir grâce à une loi de conservation une autre relation liant J à c.

3. En déduire l'équation de diffusion.

4. A l'instant $t=0$, $c(x,0)=0$ sauf sur une faible épaisseur en $x=0$. Soit Q le nombre de moles de particules implantées à la surface du matériau sur cette faible épaisseur. Au cours du processus de diffusion, la quantité Q reste constante dans le matériau. On montre alors que $c(x,t)=B(t)\exp\left(-\dfrac{x^2}{A(t)}\right)$. A l'aide de l'équation de la diffusion, en utilisant les conditions initiales et la conservation de la quantité d'atomes pendant la diffusion, établir les expressions de $A(t)$, $B(t)$ et $c(x,t)$ en fonction de Q, D, t et x. On rappelle que $\int_0^{+\infty}\exp(-u^2)du=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

5. Déterminer la profondeur de diffusion h telle que $c(h,t)=\dfrac{1}{e}c(0,t)$ où $\ln(e)=1$.

6. Au bout d'une heure, $h=5\,\mu$m. Donner la valeur de D pour du bore dans du silicium.

7. Donner l'allure du profil de concentration des atomes diffusés à $t_1=3600\,$s et $t_2=10800\,$s.

Corrigé

1. $\overrightarrow{J(s,t)} = -D\overrightarrow{\text{grad}}c(x,t)$. D est en m^2/s.

2. Entre x et $x+dx$ on $\dfrac{\partial c}{\partial t} = -\dfrac{\partial j}{\partial x}$.

3. Avec la loi de Fick on obtient :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \tag{1}$$

4. Après dérivation dans l'équation de diffusion de l'expression proposée, on a :

$$B'(t) + B(t)\frac{x^2 A'(t)}{A^2(t)} = DB(t)\left(\frac{4x^2}{A^2(t)} - \frac{2}{A(t)}\right). \tag{2}$$

Comme ceci est vrai pour tout x, on peut identifier les coefficients du polynômes et il vient :

$$A'(t) = 4D \text{ et } B'(t) = -2D\frac{B}{A}. \tag{3}$$

On a par ailleurs $c(0,0) = \infty$, $c(x,0) = 0$. Cela donne $A(0) = 0$ d'où $A(t) = 4Dt$. Par ailleurs on peut calculer $B(t) = \dfrac{\alpha}{\sqrt{t}}$. Pour calculer α, on utilise la conservation du nombre de particules :

$$Q = \int_0^\infty c(x,t)dx \Rightarrow \frac{\alpha}{\sqrt{t}}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{-x^2}{4Dt}\right)dx. \tag{4}$$

Grâce au changement de variable $u = \dfrac{x}{2\sqrt{Dt}}$ on a $\alpha = \dfrac{Q}{\pi D}$.

5. Rappelons que $B(t) = c(0,t)$, on a alors :

$$c(h,t) = c(0,t)\exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) = \frac{1}{e}c(0,t) \Rightarrow h = 2\sqrt{Dt}. \tag{5}$$

6. On a $D = 1,7 \times 10^{-15}\,\text{m}^2/\text{s}$.

7. On a une gaussienne de plus en plus plate.