

Nous allons travailler sur l'émission de gaz à effet de serre. Le but est de répondre à la question « Va-t'on réduire suffisamment nos émissions de CO₂ en 2020 pour respecter le protocole de Kyoto ?

Pour avoir la totalité des points à une question, il faut écrire une phrase. Une partie de l'examen se déroule sur ordinateur. La présentation globale du travail compte pour 1 point. Toute suspicion de triche sera pénalisée par la note 0.

Bon courage!

1 Première Partie : Etude d'un premier modèle (5 + 2 points)

Les ingénieurs étudient la possibilité de diminuer les émissions de gaz de 1.1% chaque année.

1. En 2009, les émissions de gaz relevées s'élèvent à 520 millions de tonnes de CO₂. Quelle est la quantité d'émissions attendue pour 2010. (1+2 points)

Il y a une **diminution** de 1.1% des émissions de gaz chaque année. C'est à dire que l'année d'après les émissions seront multipliées par $1 - \frac{1.1}{100}$. Le - signifie qu'il y a une diminution. Ainsi, en 2010, nous émettrons $520 \times \left(1 - \frac{1.1}{100}\right) = 514.28$ millions de tonnes de CO₂.

Appeler le professeur.

Le professeur vérifie le résultat et donne un point si l'élève est capable de se corriger tout seul ou s'il a juste. Sinon, il module entre 0 et 1 en fonction de la perspicacité de l'échange. Le dernier point est accordé si l'élève peut modifier la formule pour une augmentation.

2. On va représenter les émissions de gaz par une suite géométrique telle que son premier terme u_1 corresponde aux émissions de 2009, u_2 aux émissions de 2010 et ainsi de suite... Justifier que l'on peut écrire :

$$u_n = 520 \times 0.989^{n-1}$$

(1.5 point)

Il s'agit ici d'abord de constater que c'est une **suite géométrique** de raison $q = 1 - \frac{1.1}{100} = 0.989$ comme dit à la question précédente. En appliquant le formulaire, on trouve alors que $u_n = u_1 \times q^{n-1}$. Le premier terme est les émissions en 2009 donc 520 et la raison est 0.989. On retrouve bien la formule précédente.

3. Calculer u_{12} et en déduire, en millions de tonnes de CO₂, les émissions prévues en 2020. (1 point)

Il s'agit maintenant d'appliquer la formule précédente en remplaçant n par 12. Ainsi $u_{12} = 520 \times 0.989^{12-1} = 520 \times 0.989^{11} \approx 460.43$. Attention ici au calcul à la calculatrice qui peut provoquer des erreurs.

4. Combien aura-t'on émis de millions de tonnes de CO₂ entre 2009 et 2020? (1.5 point)

On demande ici de savoir combien nous avons émis de tonnes de CO₂ entre 2009 et 2020 donc $u_1 + u_2 + u_3 \dots + u_{12}$. Pour calculer cette somme, nous n'allons pas calculer chacun des termes mais utiliser le formulaire et on trouve alors $u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = u_1 \frac{(1-q^{12})}{(1-q)} = 520 \frac{1-0.989^{12}}{1-0.989} = 5875.99$ millions de tonnes de CO₂. Attention encore une fois lorsque l'on utilise la calculatrice, il ne faut pas oublier les parenthèses autour du numérateur et du dénominateur de la fraction.

2 Seconde Partie : Etude d'un second modèle (6 + 2 points)

Les ingénieurs prennent en compte les émissions de gaz relevées entre 2007 et 2010 :

Année	2007	2008	2009	2010
Emissions (millions de tonnes de CO_2)	531	528	520	514

Ils proposent de chercher un modèle de suite arithmétique avec les contraintes suivantes :

- son premier terme v_1 correspond aux émissions relevées en 2007 ;
- sa raison r correspond à la diminution des émissions à réaliser chaque année ;
- ses quatre premiers termes sont les plus proches possibles des émissions de gaz relevées entre 2007 et 2010

1. Avant de commencer, répondons à quelques questions. La suite présentée est-elle croissante ou décroissante ? Que peut-on en déduire sur la raison r d'une suite arithmétique lui correspondant ? (1.5 point)

*On constate que la suite est décroissante en regardant le tableau. Cela signifie que s'il existe une suite arithmétique, alors sa raison serait **négative**.*

2. La suite numérique présentée dans le tableau est-elle arithmétique ? Géométrique ? Expliquez pourquoi. (1 point)

Calculons $u_2 - u_1 = -3$ et $u_3 - u_2 = -8$. Ce n'est pas constant donc ce n'est pas une suite arithmétique. Faisons encore 2 calculs : $\frac{u_2}{u_1} = 0.994$ et $\frac{u_3}{u_2} = 0.984$. Ce n'est toujours pas constant donc ce n'est pas une suite géométrique. La suite n'est ni arithmétique, ni géométrique...

3. Pour chercher une telle suite, nous allons utiliser le logiciel *géogebra* et la démarche ci-dessous :
- (a) Ouvrir le dossier *TCV* puis le fichier *emission.ggb*. Les quatre points présents sont ceux du tableau précédent : $A(1;531)$, $B(2;528)$, $C(3;520)$, $D(4;514)$.
 - (b) Cocher la case « Activer le modèle ».
 - (c) il y a deux curseurs sur la gauche qui représente le premier terme et la raison d'une suite arithmétique. En les modifiant, on change la direction de la droite en pointillé. Essayez de trouver r et v_1 pour que la droite passe au plus près des points bleus.
 - (d) compléter la phrase suivante :

Le modèle proposé est la suite arithmétique v définie par $v_1 = 533$ et $r = -6.6$.

Appeler le professeur. (1+2 points)

Il faut regarder la manipulation du logiciel GeoGebra pour voir si l'élève a besoin d'aide. Il n'y a pas de bonne réponse à cette question, il faut faire à l'appréciation de la qualité de l'approximation.

1ere question : Que se passe-t'il graphiquement si l'on change r ? Et si l'on change v_1 ? 1 point

2nd question : Et que signifie r dans l'exercice ? 1 point

Il faut donner la réponse si l'élève n'a pas réussi à répondre pour l'aider à finir le devoir.

4. Avec les paramètres que vous avez trouvés, calculer v_{14} . Vérifier à l'aide du logiciel. (1 point)

On applique la formule du formulaire $v_n = v_1 + (n - 1) \times r$ avec les valeurs que l'on vient de trouver et $v_{14} = 533 + (14 - 1) \times (-6.6) = 447.2$. Attention ici encore aux oublies de parenthèses sur la calculatrice.

5. En déduire les émissions de gaz prévues en 2020 avec ce modèle. (0.5 point)

Les émissions sont alors de 447.2 millions de tonnes en 2020.

6. Combien aura-t'on émis de millions de tonnes de CO_2 entre 2007 et 2020 ? (1 point)

On utilise encore la somme mais pour une suite arithmétique cette fois et on trouve : $v_1 + v_2 + \dots + v_{14} = 14 \times \frac{v_1 + v_{14}}{2} = 6770,4$ millions de tonne de CO_2 seront émis entre 2007 et 2020 avec ce modèle.

3 Troisième Partie : Conclusion (4 points)

1. Le protocole de Kyoto signé en 2005 avait pour objectif de diminuer de 20% les émissions de CO_2 entre 1990 et 2020. En 1990, le monde avait émis 564 millions de tonnes de CO_2 . Quel est, en millions de tonnes, l'objectif à atteindre en 2020 ? (1.5 points)

*Encore un calcul de pourcentage comme la première question. On demande maintenant de savoir combien nous devrions émettre en 2020 si nous respectons le protocole que nous avons signé. Il faut alors **réduire** de 20% les émissions de 1990 donc $564 \times (1 - \frac{20}{100}) = 451.2$ millions de tonnes de CO_2 devront être émises au maximum durant l'année 2020.*

2. A l'aide des questions précédentes, remplir le tableau suivant : (1 point)

	Modèle 1 : Suite géométrique	Modèle 2 : Suite arithmétique
Diminution des émissions de gaz à effet de serre	1.1% par an	6.6 millions de tonnes par an
Emissions prévues pour 2020	460.43 millions de tonnes de CO_2	447.2 millions de tonnes de CO_2

3. Quel modèle les ingénieurs doivent-il proposer? (Argumenter son choix en quelques lignes) (1.5 point)

Dans le cas de cette correction, le second modèle est le seul qui permet de passer en dessous de la barre des 451.2 millions de tonnes de CO_2 voulu par le protocole. C'est donc une réduction de 6.6 millions de tonnes de CO_2 par an que nous devons appliquer pour respecter le protocole.