

Des rappels sont écrits après les questions. La présentation de la copie et la qualité de la réponse (utilisation de phrase, d'unité...) compte pour l'obtention trois points.

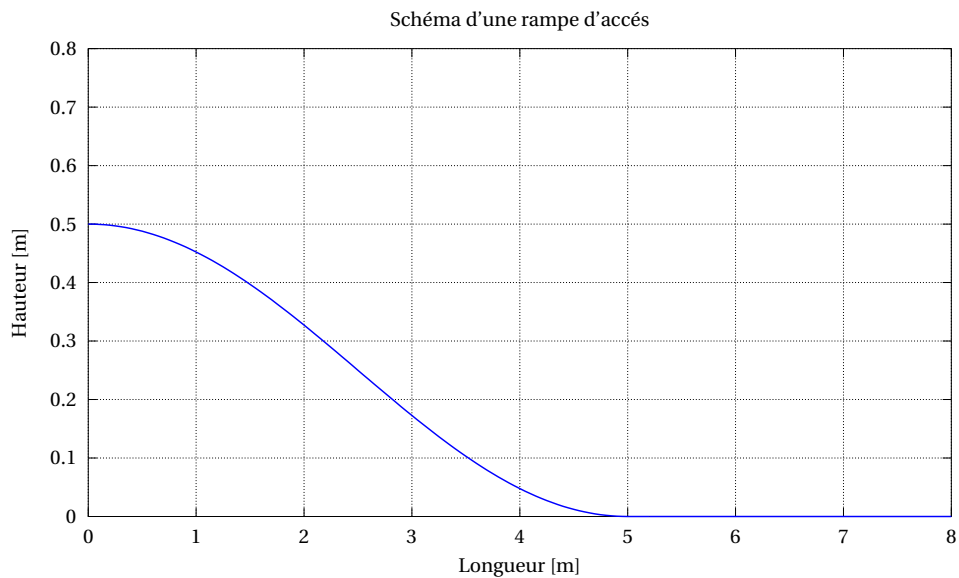
Bon courage!

1 Exercice (17 points)

Nous allons essayer de travailler sur une rampe d'accès qui doit être installée devant un zenith pour permettre aux personnes équipées d'un fauteuil roulant de rentrer. Tout d'abord, une fonction sera présentée pour répondre à des questions générales puis il sera à vous de faire votre devis.

La situation est la suivante. L'accès au zenith de Limoges comporte à son entrée une marche d'une hauteur de 50cm. On cherche à ajouter une rampe sur un côté d'une largeur de 3m permettant le passage de 2 fauteuils simultanément.

1. La courbe proposée par une entreprise concurrente est la suivante :



— Cette courbe est-elle croissante ou décroissante? (0.5 point)

.....

— Cette courbe est-elle tout le temps positive? (0.5 point)

.....

2. A votre tour de proposer votre rampe d'accès. L'idée est de faire une fonction affine d'équation $y = f(x)$ avec $f(x) = ax + b$ et a, b deux réels.

— Quelle est l'allure de la courbe affine que l'on appellera \mathcal{C}_f ? (droite, parabole, hyperbole, cube, racine...) (0.5 point)

.....
.....

— En vous inspirant de la question 1, cette courbe sera-t-elle croissante ou décroissante? Quelle sera la conséquence sur le coefficient a , appelé aussi « pente » de la courbe? (1 point)

.....
.....

— Toujours en vous aidant de la question 1 et du texte de présentation, quelle est la valeur de b ? (vous pouvez vous aider des annexes) (1 point)

.....
.....

3. Maintenant que vous avez réussi à mieux comprendre l'équation, nous allons travailler sur la valeur de a . Nous supposons alors que notre courbe passe par les points $A(0, 0.5)$ et $B(\ell, 0)$. ℓ est ici une inconnue, c'est la longueur de la rampe.

— En utilisant ces valeurs et la section rappel, quelles sont les valeurs de $a(\ell)$ et de b . (1 point)

.....
.....

— Avec ce que vous savez, la fonction $\ell \mapsto a(\ell)$ est-elle une fonction croissante ou décroissante pour $\ell > 0$? (1 point)

.....
.....

— On fixe pour cette question $\ell = 5\text{m}$, ajoutez les points A et B sur le graphique et tracez \mathcal{C}_f . (0.5 point)

4. Il est temps de passer aux choses sérieuses. Il va falloir proposer un devis et nous avons besoin de la surface totale de la rampe.

— Pour commencer, quelle est la surface \mathcal{A}_1 du triangle ABC avec $C(0;0)$ en fonction de ℓ ? (1 point)

.....
.....
.....
.....

— Quelle est la longueur AB ? En déduire la surface \mathcal{A}_2 du rectangle de longueur AB et de largeur 3m . (1 point)

.....

— En sommant les deux aires \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 , que vaut l'aire totale \mathcal{A} ? Sachant que le prix par mètre carré du bois utilisé est de 20 euros, quel sera le prix de la matière première en fonction de ℓ ? (1 point)

.....

5. Vous facturez la main d'oeuvre proportionnellement à la longueur ℓ en mètre. En effet, c'est 100 euros par mètre. Quel sera le prix de la main d'oeuvre¹ ? Et quel sera le prix total de la rampe en fonction de ℓ ? (prix de la matière première + main d'oeuvre) (1 point)

.....

6. Vous êtes un peu plus malin que l'autre entreprise et vous avez appelé une association s'occupant des personnes en fauteuil roulant pour leur demander si votre rampe leur convient. Ils ont répondu que le mieux pour eux, c'est que la pente soit la plus faible possible. Ensemble, vous avez écrit la fonction suivante :

$$h(\ell) = 10000 \times \underbrace{\frac{0.5}{\ell}}_{\text{Terme 1}} + 20 \underbrace{\left(3\sqrt{0.25 + \ell^2} + \frac{\ell}{4} \right)}_{\text{Terme 2}} + 100\ell$$

— Pouvez vous donner un sens au terme 1 et 2 ? (1 point)

.....

— En vous aidant de la question précédente, que signifie h ? (Bonus +1 point)

.....

1. On attend une fonction de ℓ .

— Grâce à ce que vous venez de répondre, nous savons que le meilleur choix de ℓ pour le zenith est la valeur qui donne le minimum de la fonction h . Quelle est cette valeur si ℓ varie entre 0 et 8 mètres ? (vous pouvez utiliser la section rappel pour vous aider, donnez un arrondi de ℓ à 2 chiffres après la virgule) (2 point)

.....

— Avec cette valeur approximative, quel est le coût total (prix matiere premiere + main d'oeuvre) ? L'entreprise concurrente de la question 1 propose de réaliser sa rampe à 1500 euros, laquelle des deux installations coulerait le moins cher au zenith ? (1 point)

.....

7. Vous allez proposer un second devis pour une rampe en béton. Vous avez maintenant besoin du volume de votre rampe.

— En vous servant de l'aire \mathcal{A}_1 que vous avez calculée tout à l'heure, trouvez le volume pour une largeur de 3m. (1 point)

.....

— Le prix du mètre cube de béton est fixé à 50 euros par mètre cube. Vous êtes payé $l \mapsto 100\ell$ en main d'oeuvre. Quel est le nouveau coût total en fonction de ℓ ? (1 point)

.....

— Pour une longueur $\ell = 6m$, quel sera le prix total ? (1 point)

.....

| | | | | | | |
|--------------|---|-----------|---|-------|---|-------|
| Présentation | + | Questions | + | Bonus | = | Total |
| /3 | | /17 | | /1 | | /20 |

2 Rappels

Pour une équation du type $ax^2 + bx + c = 0$, on calcule $\Delta = b^2 - 4ac$ et on a les cas suivants :

- Si $\Delta > 0$: il y a deux solutions $x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$,
- Si $\Delta = 0$: il y a une solution double $x = \frac{-b}{2a}$,
- Si $\Delta < 0$: il n'y a pas de solution

Si une courbe affine d'équation $y = ax + b$ passe par deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. On trouve b en regardant l'ordonnée à l'origine, c'est à dire l'ordonnée quand $x = 0$.

Pour trouver le bon minimum avec la calculatrice, il faut surtout bien définir la fenêtre. Pour cela, comme valeur minimale et maximale de x , il faut utiliser l'énoncé ou bien faire preuve de logique. Pour y , le mieux est d'encadrer les valeurs de la fonction. Dans notre cas ici, je conseille de mettre y minimale à 0 et y maximale à 10000.