Correction du devoir maison sur les probabilités.

1 Rappel

Une probabilité est un nombre entre 0 et 1. Si p est une probabilité alors $100 \times p$ représente le pourcentage de chance. Par exemple, il existe un jeu où l'on gagne une fois sur trois. Donc la probabilité est $\frac{1fois}{sur3} = \frac{1}{3} = 0.3333$. Autrement dit, on a $100 \times 0.3333 = 33.33\%$ de chance de gagner, on gagnera en moyenne 33 fois si on joue 100 fois. Une probabilité de 1 signifie que l'on gagne à tous les coups (100% de chance de gagner) alors qu'une probabilité de 0 signifie que l'on perd tout le temps (0%). Plus on est proche de 0, plus on a de chance de perdre, plus on est proche de 1, plus on a de chances de gagner !

2 Vrai / Faux (10 points)

1. **Si la probabilité d'un évènement est 0.5, il y a une chance sur deux que cela se produise.**
   Si une probabilité est de $0.5 = \frac{1}{2} = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$, cela veut dire qu'il y a un cas favorable sur deux cas possible. Autrement dit, il y a une chance sur deux que l'évènement se produise. C'est donc **vrai**.
2. **La lancement d'une pièce non truquée a une probabilité de tomber sur face de 0.75.**
   La probabilité $p = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$. Il y a deux cas possibles (pile ou face) et un seul cas favorable (face), donc $p = \frac{1}{2} = 0.5 \neq 0.75$. C'est **faux**.
3. **La probabilité d'avoir juste en répondant au hasard à une question de ce test est 0.75.**
   La probabilité $p = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$. Il y a deux cas possibles (vrai ou faux) et un seul cas favorable (vrai), donc $p = \frac{1}{2} = 0.5 \neq 0.75$. C'est **faux**.
4. **Si une pièce truquée ou non tombe 5 fois sur face et 2 fois sur pile, on peut supposer que sa probabilité de tomber sur face est de $\frac{2}{5}$.**
   Sa fréquence est de $\frac{2}{5}$ car *la fréquence est ce que l'on observe*. Si on fait un très grand nombre d'expériences, alors la fréquence est très proche de la probabilité. Cependant, la pièce est non truquée, sa probabilité est donc comme à la question 2 de 0.5. C'est **faux**.
5. **Il y a trois boules rouges et deux boules noires dans la même urne. Vous tirez une boule au hasard. La probabilité que la boule soit noire est $\frac{2}{3}$.**
   Il faut faire comme d'habitude et calculer la probabilité : $p = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$. Ici, on peut piocher 5 boules, il y a donc 5 cas possibles. Mais seulement les boules noires sont des cas favorables. La probabilité est donc $p = \frac{2}{5}$. C'est **faux**.

3 Exercice (10 points)

Nous avons un dé à 6 faces, nous nous posons les questions suivantes :

1. Combien y a-t'il d'éventualités (possibilités) ? En faire la liste. *(1 point)*
   Il y a 6 éventualités qui sont les 6 faces du dé : $E = \{1;2;3;4;5;6\}$**.**
2. Combien y a-t'il de nombres pairs possibles ? En faire la liste. *(1 point)*
   Il y a 3 **nombres pairs dans** E **:** $E_{pair} = \{2;4;6\}$**. Il y a donc 6 nombres pairs.**
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? *(1 point)*
   La probabilité se définit comme : $p = \frac{\textbf{Nombre de cas favorables}}{\textbf{Nombre de cas possibles}}$**. La question 2 nous permet de dire qu'il y a** 3 **cas favorables sur** 6 **cas possibles (question 1). La probabilité est donc** $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ **soit une chance sur deux.**
4. Quelle est la probabilité d'obtenir un 7 ? Une probabilité est-elle toujours comprise entre 0 et 1 ? *(1 point)*

La probabilité est $p = \frac{\textbf{Nombre de cas favorables}}{\textbf{Nombre de cas possibles}}$**. Il n'est pas possible d'obtenir un** 7**, c'est à dire qu'il y a** 0 **cas favorables (car** 7 **n'est pas dans** E**). Il y a toujours 6 cas possibles donc** $p = \frac{0}{6} = 0$**. Donc nous n'avons *jamais* le chiffre** 7**.**

Si nous reprenons la définition d'une probabilité : $p = \frac{\textbf{Nombre de cas favorables}}{\textbf{Nombre de cas possibles}}$**, il ne peut pas y avoir plus de cas favorables que de cas possibles. Donc :**

$$\text{Nombre de cas favorables} \leq \text{Nombre de cas possibles}$$

soit $p = \frac{\textbf{Nombre de cas favorables}}{\textbf{Nombre de cas possibles}} \leq 1$**. Le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles sont positifs, ainsi,** $p \geq 0$**. En pratique, cela veut dire qu'il est impossible d'avoir** -1 **chance sur** 10**, ou** 11 **chances sur** 10 **par exemple.**

5. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 ? *(1 point)*

   Il y a 6 cas favorables : $\{1;2;3;4;5;6\}$ **et** 6 **cas possibles. Donc la probabilité est** $p = \frac{6}{6} = 1$**. C'est à dire que l'on a *toujours* un chiffre plus petit ou égal à** 6**.**

Maintenant, on passe à un peu de pratique. Nous avons lancé le dé 10 fois et obtenu les résultats suivants :

Lancé numéro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Résultat du lancé	1	3	2	6	6	3	4	2	5	1

1. Si on lance n fois le dé, que deviendra la fréquence d'un évènement si n est grand ? *(1 point)*

   La fréquence tend vers la probabilité si on renouvelle sufisamment de fois une expérience. Cela signifie que la fréquence se rapproche de la probabilité.

2. Quel est le nombre de nombres pairs ? *(1 point)*

   Dans la série de lancé, il y a 5 **nombres pairs :** $2;6;6;4;2$**.**

3. Quelle est la fréquence d'obtenir un nombre pair ? *(1 point)*

   La fréquence c'est $f = \frac{\textbf{Nombre de cas observés favorables}}{\textbf{Nombre de tentatives}}$**. Ici, il y a eu** 10 **tentatives depuis l'énoncé et le tableau. Le nombre de cas observés favorables est la réponse à la question 1 soit** 5 **donc** $f = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$**.**

4. Quelle est la fréquence d'obtenir un 7 ? *(0.5 point)*

   La fréquence c'est $f = \frac{\textbf{Nombre de cas observés favorables}}{\textbf{Nombre de tentatives}}$**. Ici, il n'y a pas de** 7 **observé donc il y a 0 cas observé favorable soit** $f = \frac{0}{10} = 0$**. C'est à dire que l'on a *jamais* 7.**

5. Quelle est la fréquence d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 ? *(0.5 point)*

   La fréquence c'est $f = \frac{\textbf{Nombre de cas observés favorables}}{\textbf{Nombre de tentatives}}$**. Il y a** 10 **cas observés favorables et** 10 **tentatives donc** $f = \frac{1}{1} = 1$**. C'est à dire que l'on a *tout le temps* un chiffre plus petit ou égal à** 6**.**

6. Quelle est la fréquence d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ? Et la probabilité de cet évènement ? *(0.5 point)*

   La fréquence c'est $f = \frac{\textbf{Nombre de cas observés favorables}}{\textbf{Nombre de tentatives}}$**. Il y a** 6 **cas observés favorables sur** 10 **tentative. La fréquence est** $f = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0.6$**.**

   On peut calculer la probabilité qui est $p = \frac{\textbf{Nombres de cas favorables}}{\textbf{Nombre de cas possibles}}$**. Il y a** 3 **cas favorables** $\{1;2;3\}$ **sur** 6 **cas possibles** $\{1;2;3;4;5;6\}$**. La probabilité est donc de** $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$**. La probabilité n'est pas égale à la fréquence dans ce cas.**

(Question bonus : +2 points) Saurez vous calculer la moyenne de l'expérience ci-dessus ? Et la moyenne théorique ?

La moyenne de l'expérience se définit comme $m = \frac{\textbf{somme des résultats}}{\textbf{nombre de résultats}} = \frac{1+3+2+6+6+3+4+2+5+1}{10} = \frac{33}{10} = 3.3$**. La moyenne théorique se rapporte aux probabilités, c'est donc** $\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5$**.**