

Support de cours autorisé

Les 2 exercices sont indépendants

Barème indicatif et non contractuel : 12 + 8

## 1 Votes Majoritaires & Quorums (12/20)

Dans cet exercice, on montre comment utiliser un système de “votes majoritaires” pour constituer des quorums utilisables pour la gestion des données dupliquées. Les définitions relatives aux quorums sont données page 117.

**Vote majoritaire :** On considère un ensemble  $Sites = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  de sites et une application  $V$  de  $Sites \mapsto \mathbb{N}$ . On note  $\bar{V}$ , l'application de  $2^{Sites} \mapsto \mathbb{N}$  définie pour  $E \subset Sites$  par  $\bar{V}(E) = \sum_{e \in E} V(e)$  et on suppose par la suite que  $\bar{V}(E) > 0$ .

On définit les valeurs entières  $V_{Total}, V_{Maj}, a, b$   
de la façon suivante :

$$\begin{aligned} V_{Total} &= \bar{V}(Sites) \\ V_{Maj} &= \lceil (V_{Total} + 1)/2 \rceil \\ a &= V_{Maj} \\ b &= (V_{Total} + 1) - V_{Maj} \end{aligned}$$

où  $\lceil q \rceil$  représente la partie entière par excès de  $q$  :

$$\lceil q \rceil = \begin{cases} q & \text{Si } q \in \mathbb{N} \\ n & \text{Si } q \notin \mathbb{N} \text{ et } n - 1 < q < n \text{ pour } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Soient  $A$  et  $B$  les ensembles de parties de l'ensemble  $Sites$  définis respectivement par :

- $A = \{G \in 2^{Sites} : \bar{V}(G) \geq a \text{ et } G \text{ minimal}(\ast) \text{ dans } A\}$
- $B = \{G \in 2^{Sites} : \bar{V}(G) \geq b \text{ et } G \text{ minimal dans } B\}$

nb :  $A$  et  $B$  sont des ensembles de sous-ensembles de  $Sites$  : leurs éléments sont donc des sous-ensembles de  $Sites$ . La “clause de minimalité” signifie que si  $a_1, a_2 \in A$  :  $a_1 \not\subset a_2$  et  $a_2 \not\subset a_1$  (idem pour  $B$ ).

**Questions** (1 + 2 + (1.5 + 1.5 + 2) + (1 + 1 + 1 + 1))

$$V : Sites \mapsto \mathbb{N}$$

$$s_1 \mapsto 1$$

$$s_2 \mapsto 3$$

$$s_3 \mapsto 2$$

$$s_4 \mapsto 3$$

$$s_5 \mapsto 1$$

1. Pour  $Sites = \{s_1, s_2, \dots, s_5\}$ ,  
calculez les valeurs de  $V_{Total}, V_{Maj}, a$  et  $b$   
pour l'application  $V$  donnée ci-contre :

2. Complétez la définition des ensembles  $A$  et  $B$  définis par  $V$  :

$$A = \{\{s_1, s_2, s_3\}, \dots\}$$

$$B = \{\{s_1, s_2, s_5\}, \dots\}$$

3. Dans le **cas général**, montrez les propriétés suivantes :

(a)  $2 \times V_{Maj} \geq V_{Total} + 1$

(b) Pour  $E, F \in 2^{Sites}$  et  $V : Sites \mapsto \mathbb{N} : \bar{V}(E) + \bar{V}(F) > \bar{V}(Sites) \Rightarrow E \cap F \neq \emptyset$

- (c) En utilisant les deux propriétés qui précèdent montrez que :
  - $A$  définit une coterie
  - $A$  et  $B$  sont complémentaires

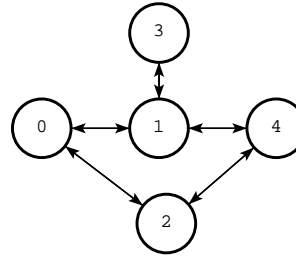
4. Discussion sur  $V$

- (a) Quelle forme doit-on donner à  $V$  pour retrouver un algorithme centralisé ?
- (b) Que se passe-t-il lorsque l'application  $V$  est constante ?  
i.e.  $\forall (s_i, s_j) \in Sites \times Sites : V(s_i) = V(s_j)$
- (c) Que peut-on dire d'un site  $i$  pour lequel on a  $V(i) = 0$  ?
- (d) Que se passerait-il si  $\bar{V}(E)$  était nul ?

## 2 Algorithmes par phases (8/20)

On considère l'algorithme "par phases" de calcul des tables de routage vu en cours.

On considère la topologie (du graphe de communication) décrite ci-contre, l'objectif de cet exercice est de reconstruire le chronogramme d'exécution de l'algorithme de calcul de table de routage associé.



**Questions** (1+1+2+5)

1. Complétez le tableau ci-dessous associant à chaque noeud son excentricité.

Noeuds	0	1	2	3	4
Excentricité					

2. Quel est le diamètre de ce graphe ?
3. Quel(s) site(s) terminera(ont) en premier (resp dernier) ?
4. Donnez le chronogramme d'exécution de cet algorithme sur cette topologie. Pour plus de lisibilité, vous complétez aussi le tableau ci-dessous. La colonne "voisins" donne les voisins de chacun des sites. Les colonnes "phases" donnent les messages envoyés par le site pour une phase donnée. Ainsi, lors de la première phase, le site 0 a envoyé le message [0] à ses voisins 1 et 2, etc ...

	Voisins	Phase 1	Phase 2	Phase 3	...
site 0	{1,2}	[0]	...	...	
site 1	{0,3,4}	[1]			
site 2					
site 3					
site 4					