Examen partiel d'Automatique

Licence 2 EEA-MI

3 novembre 2010

1 Questions de cours

Question 1.a Donnez la définition de la stabilité.

Question 1.b Définissez le principe de superposition.

Question 1.c Que représentent les fonctions de transferts $A(p)$, $B(p)$ et $A(p)B(p)$ sur la figure 1.

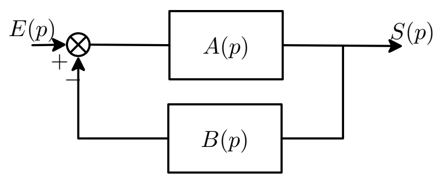

FIG. 1 – Schéma d'asservissment

2 Etude d'un système en boucle ouverte

Soit le sytème défini par l'équation différentielle suivante :

$$4\frac{d^2s}{dt^2}(t) + 24\frac{ds}{dt}(t) + 9s(t) = 36u(t), \quad \text{avec } \dot{s}(0) = a,\ s(0) = b \tag{1}$$

où $s(t)$ représente la sortie et $u(t)$ l'entrée de commande du système.

Question 2.a En considérant que $a = 0$ et $b = 0$, déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert $G(p) = \frac{S(p)}{U(p)}$: Gain statique K, pulsation propre non amortie ω_n et coefficient d'amortissement ζ.

Question 2.b Déduire de la question 2.a le type de réponse $s(t)$ à une entrée $u(t) = u_0\mathcal{U}(t)$.
Tracer l'allure de la réponse.

Question 2.c Calculer l'expression analytique de la réponse indicielle du système pour $a = 0$ et $b = 0$.

Question 2.d Calculer la transformée de Laplace $S(p)$ de la sortie du système modélisé par l'équation (1) en fonction de l'entrée $U(p)$ et des conditions initiales.

Question 2.e Pour $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$, puis $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$, calculer la valeur en régime permanent $s(t)$ pour un échelon d'amplitude u_0.

Question 2.f Conclure sur l'influence des conditions initiales sur la réponse du système en régime permanent.

3 Régulation

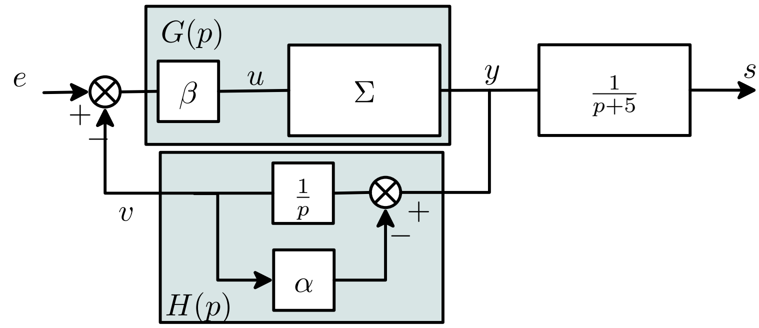

FIG. 2 – Schéma-bloc de l'asservissement du système Σ : $2\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$

La figure 2 représente l'asservissement du système Σ donné par l'équation différentielle suivante :

$$2\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$$

Question 3.a Donner la fonction de transfert de la chaîne $G(p)$ du schéma d'asservissement 2.

Question 3.b Démontrer que la chaîne $H(p)$ de l'asservissement de la figure 2 s'écrit

$$H(p) = \frac{V(p)}{Y(p)} = \frac{1}{p+\alpha}$$

On souhaite que le capteur, qui se trouve dans la chaîne de retour, ne perturbe pas trop la boucle de régulation. Pour ce faire, on considère qu'une constante de temps du capteur au moins 10 fois plus rapide que celle du système de la chaîne directe est nécessaire.

Question 3.c Calculer α afin que le temps de réponse de la chaîne capteur $H(p)$ soit 10 fois plus petit que le temps de réponse de $G(p)$.

Question 3.d Calculer la fonction de transfert $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ en fonction de α et β. Vérifier, que pour $\alpha = 5$, la fonction de transfert $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ se simplifie sous la forme

$$F(p) = \frac{\beta}{2p^2 + 11p + (5+\beta)}$$

Question 3.e Exprimer l'erreur de position en régime permanent en fonction de β, lorsque l'entrée de consigne est un échelon d'amplitude E_0. Calculer la valeur de l'erreur pour $\alpha = 5$ et $\beta = 1$.

Question 3.f Calculer β afin d'obtenir une erreur de position égale à 5% de la consigne.

Question 3.g En gardant $\alpha = 5$, Calculer les paramètres, ω_n et ζ en fonction de β, de la fonction de transfert $F(p)$.

Question 3.h Le gain obtenu dans la question précédente est-il compatible avec un premier dépassement inférieur à 15%.

4 Quelques formules utiles

Pour système du second ordre, *si* $\zeta < 1$:

Temps de réponse à 5% $T_r \approx \frac{3}{\zeta\omega_n}$, *pour* $\zeta < 1$

Temps de montée $T_m = \frac{\pi}{2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$

Premier dépassement $D_1 = 100.e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ (en %) et intervient à $2T_m$, *pour* $\zeta < 1$