Partiel d'automatique

Systèmes linéaires continus

Exercice : Etude préliminaire d'un capteur (15 min)
On considère un capteur de position suivant :

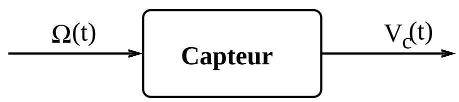

Figure 1: capteur de position

L'entrée du capteur est un angle $\Omega(t)$ et la sortie du capteur délivre une tension $V_c(t)$. Cependant, cette tension, image de $\Omega(t)$ n'est pas délivrée instantanément. Une etude expérimentale nous donne les courbes suivantes en réponse à un échelon $\Omega(t) = 1$. (cf feuille suivante).

1. Déterminer l'équation caractéristique du premier ordre qui représente au mieux le capteur utilisé.
2. Calculer sa réponse temporelle du modèle de capteur et tracer sa réponse indicielle sur la feuille fournie.
3. Discuter de la différence entre la réponse indicielle du modèle et du capteur réel.

problème : Etude d'un système en boucle fermée (40 min)

On considère l'asservissement d'un moteur à courant continu modélisé par l'équation différentielle suivante :

$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = V(t)$$

où $\theta(t)$ représente l'angle de sortie de l'arbre moteur, et $V(t)$ la tension d'entrée du moteur.

1. Calculer la fonction de transfert du moteur $G(p) = \frac{\theta(p)}{V(p)}$.
2. En utilisant Laplace, calculer la réponse indicielle (pour $V(t) = 1$) du système en boucle ouverte pour $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$.

On considère l'asservissement suivante $V(t) = k(\theta(t) - \theta_r(t)) = k\epsilon(t)$ où k est un gain pouvant être choisi, $\theta_r(t)$ est la consigne angulaire et $\theta(t)$ est la sortie du moteur.

1. Tracer le schéma bloc associé à la régulation.
2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
3. Calculer la réponse du système en boucle fermée pour une entrée de consigne $\theta_r(t) = 1$ et pour $k = 1, J = 1$.
4. conclure sur l'intérêt de la commande.

Pour aller plus loin
On considère désormais une commande donnée sous la forme d'une fonction de transfert $K(p) = k(1 + \tau p)$ et un schéma bloc de l'asservissement suivant :

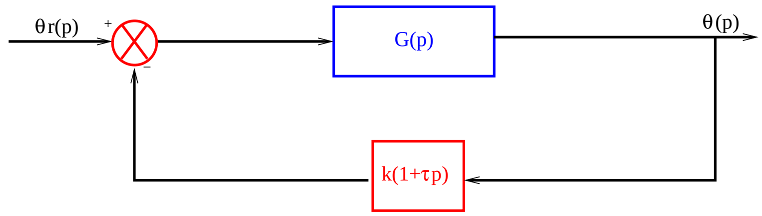

Figure 2: asservissement du moteur

1. Calculer la nouvelle fonction de transfert du système en boucle fermée. Calculer le gain statique de la fonction de transfert, l'amortissement, la pulsation naturelle et les pôles du système en boucle fermée.
2. Quel est l'intérêt de cette structure de commande?
3. Calculer l'erreur de position (c'est à dire $\epsilon(p) = \theta_r(p) - \theta(p)$).
4. En déduire l'erreur de position en régime permanent pour en entrée $\theta_r(t) = 1$.
5. Calculer une estimation du temps de réponse du système à un échelon de position d'amplitude e_{p0} $(E(t) = e_{p0})$. *On rappelle la valeur du temps de réponse* $t_r = \frac{3}{\zeta\omega_n}$*en fonction de l'amortissement et de la pulsation naturelle.*

Question de cours (5 min)

1. Donnez la définition d'un système linéaire. Donnez un exemple et un contre-exemple.
2. Donnez la définition d'un système stable. Montrer que le système défini par sa fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p}$ ne définit pas un système stable.

Quelques formules utiles

Tables des transformées de laplace

Echelon	$u(t) = 1$	$U(p) = \frac{1}{p}$
Rampe	$u(t) = t$	$U(p) = \frac{1}{p^2}$
Impulsion	$u(t) = \delta(t)$	$U(p) = 1$
	$u(t) = e^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{p+a}$
	$u(t) = \frac{1}{\omega^2}(1 - \cos(\omega t))$	$U(p) = \frac{1}{p(p^2+\omega^2)}$
	$u(t) = 1 - e^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{p(p+a)}$
	$u(t) = te^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$

quelques formules :

- Pulsation propre : $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ Période des oscillation : $T = \frac{2\pi}{\omega_p}$
- Enveloppe d'amortissement donnée par $e^{-\omega_n t}$
- Temps d'établissement à 2% : $T_e \simeq \frac{4}{\zeta\omega_n}$
- Temps de réponse à 5% : $T_r \simeq \frac{3}{\zeta\omega_n}$
- Temps de montée : $T_m = \frac{\pi}{2\omega_p} = \frac{T}{4}$
- Premier dépassement : $D_1 = 100.e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ (en %) intervient à $\frac{T}{2}$

Nom :

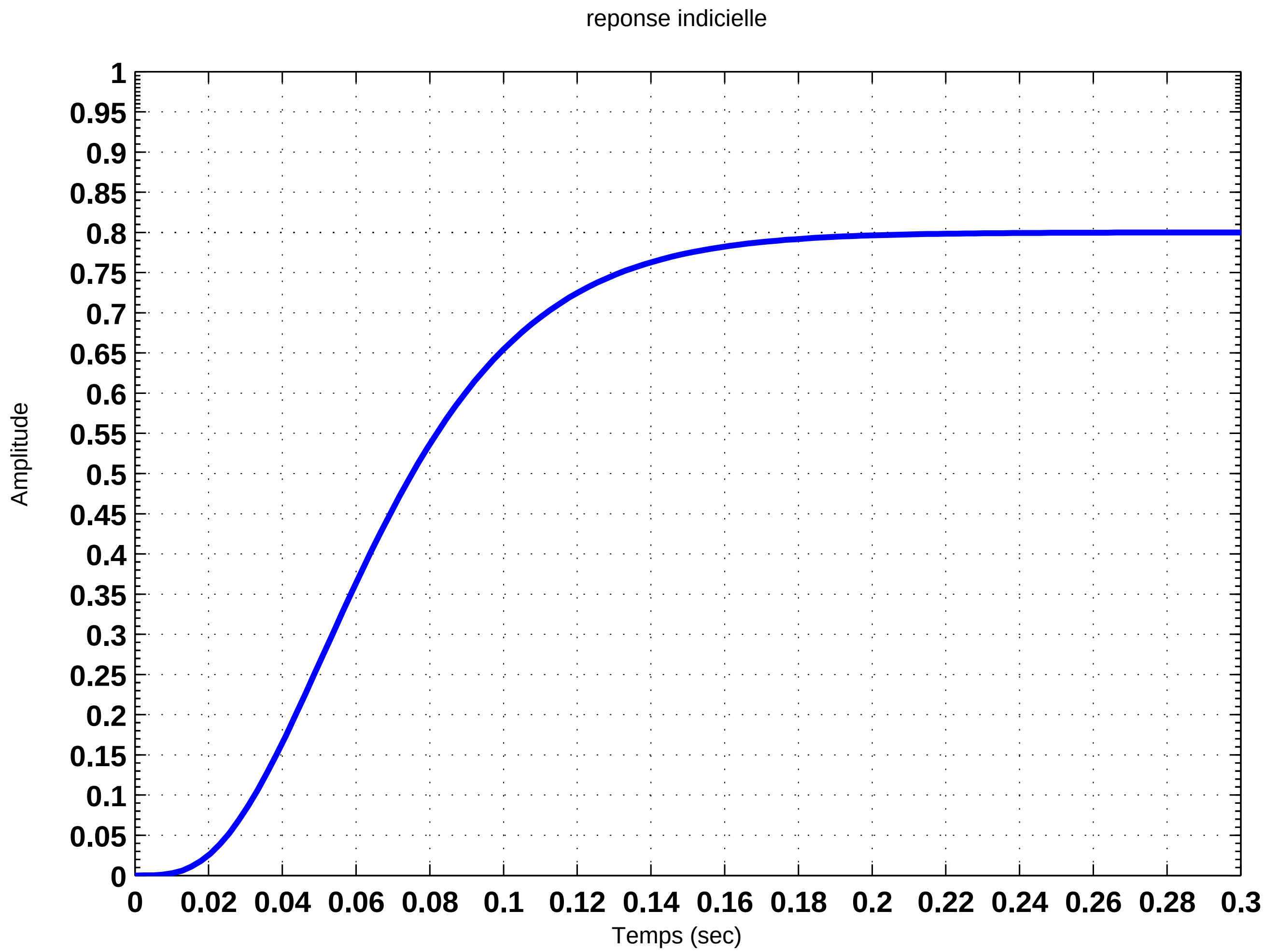

Figure 3: réponse temporelle du capteur