Examen d'automatique

Systèmes linéaires continus

On envisage d'étudier la commande d'un système modélisé par sa fonction de transfert

$$G(p) = \frac{k_m}{p+1} = \frac{Y(p)}{U(p)}$$

où $y(t)$ représente la sortie et $u(t)$ l'entrée de commande du système.

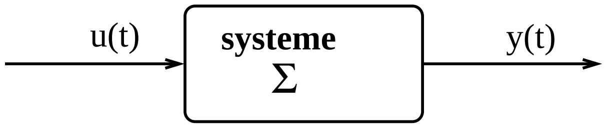

Figure 1: système étudié

Première partie : Etude en boucle ouverte (15 min)

1. Déterminer la constante de temps du système ainsi que son gain statique.
2. Tracer la réponse indicielle (pour $u(t) = 1$) du système en boucle ouverte pour $y(0) = 0$.

Seconde partie : Asservissement proportionnel (25 min)
On considère maintenant l'asservissement suivant $u(t) = k(y_r(t) - y(t)) = k\epsilon(t)$ où k est un gain pouvant être choisi et $y_r(t)$ la consigne.

1. Tracer le schéma bloc associé à l'asservissement.
2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
3. Déterminer pour quelles valeurs de k le système en boucle fermée est stable.
4. Calculer l'erreur de position.
5. Tracer la réponse indicielle (pour $u(t) = 1$) du système en boucle fermée pour $y(0) = 0$.

Troisième partie : Asservissement amélioré (20 min)
On envisage une commande (dite intégrale) en boucle fermée de la forme :

$$U(p) = \frac{k_i}{p}\epsilon(p) \tag{1}$$

où $\epsilon(t)$ représente l'erreur entre la consigne $y_r(t)$ et la sortie du système $y(t)$.

1. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
2. Déterminer pour quelles valeurs de k_i le système en boucle fermée est stable.
3. Calculer l'erreur de position.

Quatrième partie : Rejet d'une perturbation (20 min)
La commande effectivement envoyée au procédé réel est perturbée par un signal $d(t)$ (on notera $D(p)$ la transformée de Laplace du signal de perturbation $d(t)$). La commande transmise au procédé est alors définie ainsi:

$$U(p) = \frac{k_i}{p}\epsilon(p) + D(p) \tag{2}$$

où $\epsilon(t)$ représente l'erreur entre la consigne $y_r(t)$ et la sortie du système $y(t)$.

1. Tracer le schéma bloc associé à l'asservissement en mettant en évidence l'entrée de consigne et l'entrée de perturbation.
2. Calculer $Y(p)$ en fonction de $Y_r(p)$ et $D(p)$.
3. On suppose que la perturbation est constante $d(t) = 1$. Calculez la réponse du système à cette perturbation en régime permanent pour une entrée de consigne nulle.

Question de cours (10 min)

1. Donnez la définition d'un système linéaire.
2. Donnez la définition du temps de réponse.

Quelques formules utiles

Tables des transformées de laplace

Echelon	$u(t) = 1$	$U(p) = \frac{1}{p}$
Rampe	$u(t) = t$	$U(p) = \frac{1}{p^2}$
Impulsion	$u(t) = \delta(t)$	$U(p) = 1$
	$u(t) = e^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{p+a}$
	$u(t) = \frac{1}{\omega^2}(1 - \cos(\omega t))$	$U(p) = \frac{1}{p(p^2+\omega^2)}$
	$u(t) = 1 - e^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{p(p+a)}$
	$u(t) = te^{-at}$	$U(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$

quelques formules :

- Pulsation propre : $\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ Période des oscillation : $T = \frac{2\pi}{\omega_p}$
- Enveloppe d'amortissement donnée par $e^{-\omega_n t}$
- Temps d'établissement à 2% : $T_e \simeq \frac{4}{\zeta \omega_n}$
- Temps de réponse à 5% : $T_r \simeq \frac{3}{\zeta \omega_n}$
- Temps de montée : $T_m = \frac{\pi}{2\omega_p} = \frac{T}{4}$
- Premier dépassement : $D_1 = 100.e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ (en %) intervient à $\frac{T}{2}$