Examen d'automatique

Systèmes linéaires continus

1 Etude préliminaire

On considère un système Σ_1 modélisé par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{y}(t) + y(t) = k_m u(t) \tag{1}$$

où $y(t)$ représente la sortie, $u(t)$ l'entrée de commande du système et k_m est un constante.

1. Déterminer la fonction de transfert liant l'entrée de commande à la sortie.
2. Calculez la constante de temps du système ainsi que son gain statique.
3. Tracer la réponse indicielle (pour $u(t) = 1$) du système en boucle ouverte pour $y(0) = 0$.

2 Asservissement proportionnel

On considère le système Σ_1 asservi par $u(t) = a(y_r(t) - y(t)) = a\epsilon(t)$ où a est un gain réglable et $\epsilon(t)$, l'erreur entre la consigne $y_r(t)$ et la sortie du procédé $y(t)$.

1. Tracer le schéma-bloc associé à l'asservissement en précisant les signaux de commande, de référence, de sortie et d'erreur.
2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
3. Déterminer le gain statique et la constante de temps de l'asservissement en fonction de k_m et a.
4. Déterminer l'erreur de position en régime permanent.
5. On considère la réponse du système asservi à une consigne échelon. Déterminer a pour obtenir un erreur de position maximale de 5% .
6. Tracer le plus précisément possible la réponse indicielle du système asservi pour $k_m = 1$. *Le calcul de la réponse indicielle n'est pas demandé.*

3 Asservissement intégral

On considère maintenant l'asservissement suivant défini dans le formalisme de Laplace par :

$$U(p) = \frac{b}{p}\epsilon(p)$$

où b est un gain réglable.

1. Justifiez la dénomination *Asservissement intégral*.
2. Tracer le schéma-bloc associé à l'asservissement en précisant les signaux de commande, de référence, de sortie et d'erreur.
3. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
4. Déterminer le coefficient d'amortissement, la pulsation et le gain statique de l'asservissement en fonction de b.
5. L'erreur de position en régime permanent est-elle modifiée?
6. Déterminer l'erreur de vitesse en régime permanent.
7. Déterminer la relation que doivent respecter b et k_m afin d'obtenir un régime apériodique.
8. Lorsque le régime est pseudo-périodique, déterminez le temps de réponse du système.

4 Question de cours

1. Donnez la définition d'un système linéaire. Donnez un exemple et un contre-exemple.
2. Donnez la définition d'un système stable. Montrer que le système représenté par la fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p}$ ne définit pas un système stable.

Quelques formules utiles

Tables des transformées de Laplace

Echelon	$u(t) = 1$	$U(p) = \frac{1}{p}$
Rampe	$u(t) = t$	$U(p) = \frac{1}{p^2}$
Impulsion	$u(t) = \delta(t)$	$U(p) = 1$

quelques formules :

- Pulsation propre : $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ Période des oscillation : $T = \frac{2\pi}{\omega_p}$
- Enveloppe d'amortissement donnée par $e^{-\omega_n t}$
- Temps d'établissement à 2% : $T_e \simeq \frac{4}{\zeta\omega_n}$
- Temps de réponse à 5% : $T_r \simeq \frac{3}{\zeta\omega_n}$
- Temps de montée : $T_m = \frac{\pi}{2\omega_p} = \frac{T}{4}$
- Premier dépassement : $D_1 = 100.e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ (en %) intervient à $\frac{T}{2}$