Examen d'automatique

Systèmes linéaires continus

1 Etude préliminaire

On considère un système Σ_1 modélisé par les équations différentielles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{dy(t)}{dt} & = & u_a(t) \\ \tau\frac{du_a(t)}{dt} + u_a(t) & = & Ku(t) \end{array} \right. \tag{1}$$

où $y(t)$ représente la sortie, $u(t)$ l'entrée de commande du système et $u_a(t)$ est un signal intermédiaire.

1. Déterminer l'équation différentielle liant l'entrée de commande à la sortie.

2. Calculer les fonctions de transfert $G_1(p) = \frac{Y(p)}{U_a(p)}$ et $G_2(p) = \frac{U_a(p)}{U(p)}$.

3. En déduire que la fonction de transfert du système Σ_1 peut s'écrire

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K}{(1+\tau p)p}$$

2 Asservissement proportionnel

On considère le système Σ_1 asservi par $u(t) = a(y_r(t) - y(t)) = a\epsilon(t)$ où a est un gain pouvant être choisi et $y_r(t)$ la consigne.

1. Tracer le schéma-bloc associé à l'asservissement en précisant les signaux de commande, de référence, de sortie et d'erreur.

2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

3. Déterminer le coefficient d'amortissement, la pulsation et le gain statique de l'asservissement en fonction de τ, K et a.

4. Déterminer l'erreur de position en régime permanent.

5. On considère la réponse du système asservi à une consigne échelon. Déterminer a pour obtenir un dépassement maximal de 5% .

6. Tracer le plus précisément possible la réponse indicielle du système asservi pour $K = 1$ et $\tau = 1$. *Le calcul de la réponse indicielle n'est pas demandé.*

3 Asservissement proportionnel et tachymétrique

On considère maintenant l'asservissement suivant $u(t) = a(y_r(t) - y(t)) - bu_a(t)$ où a b sont deux gains pouvant être choisi et $y_r(t)$ la consigne.

1. Justifiez la dénomination *Asservissement proportionnel et tachymétrique*.
2. Tracer le schéma-bloc associé à l'asservissement en précisant les signaux de commande, de référence, de sortie et d'erreur.
3. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
4. Déterminer le coefficient d'amortissement, la pulsation et le gain statique de l'asservissement en fonction de τ, K, a et b.
5. L'erreur de position en régime permanent est-elle modifiée?
6. Déterminer les relations que doivent respecter a et b afin d'obtenir un régime apériodique.

4 Question de cours

1. Donnez la définition d'un système linéaire. Donnez un exemple et un contre-exemple.
2. Donnez la définition d'un système stable. Montrer que le système reprśenté par la fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p}$ ne définit pas un système stable.

Quelques formules utiles

Tables des transformées de laplace

Echelon	$u(t) = 1$	$U(p) = \frac{1}{p}$
Rampe	$u(t) = t$	$U(p) = \frac{1}{p^2}$
Impulsion	$u(t) = \delta(t)$	$U(p) = 1$

quelques formules :

- Pulsation propre : $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ Période des oscillation : $T = \frac{2\pi}{\omega_p}$
- Enveloppe d'amortissement donnée par $e^{-\omega_n t}$
- Temps d'établissement à 2% : $T_e \simeq \frac{4}{\zeta\omega_n}$
- Temps de réponse à 5% : $T_r \simeq \frac{3}{\zeta\omega_n}$
- Temps de montée : $T_m = \frac{\pi}{2\omega_p} = \frac{T}{4}$
- Premier dépassement : $D_1 = 100.e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ (en %) intervient à $\frac{T}{2}$