

Analyse et Commande des systèmes linéaires

Frédéric Gouaisbaut

LAAS-CNRS

Tel : 05 61 33 63 07

email : fgouaisb@laas.fr

webpage: www.laas.fr/~fgouaisb

September 8, 2009

Présentation du Cours

- Volume Horaire: 9h Cours, 9h de Tds, 12h de TPs,
- Matériel sur le site <http://www.laas.fr/~fgouaisb>
 - Polycopié sur la résolution des EDOs,
 - Transparents de Cours,
 - Polycopié de TPs,
 - Polycopié de Cours.
- Evaluation:
 - 1 note de contrôle intermédiaire (Partiel),
 - 1 note de contrôle terminal,
 - 1 note de travaux pratiques (comprenant 1 note de contrôle QCMs type moodle, 1 note terminale de travaux pratiques).
- Contact
 - ★ Responsable du Cours : Frédéric Gouaisbaut, fgouaisb@laas.fr
 - ★ Responsable des TPs : Yann Labit, labit@laas.fr

Sommaire

- 1 Introduction à l'automatique et à la notion de systèmes.
- 2 Une première modélisation temporelle des systèmes linéaires.
- 3 Analyse temporelle des systèmes linéaires.
- 4 Une seconde modélisation des systèmes linéaires.
- 5 Analyse structurelle des systèmes linéaires.
- 6 Exemples de commande de systèmes bouclés.
- 7 Conclusion

Part I

Introduction à l'automatique et à la notion de systèmes

Sommaire

- 1 Définitions
- 2 Le problème de l'automaticien
- 3 Exemples
- 4 La boucle ouverte et la boucle fermée

Définition et objet de l'Automatique

Definition (Automatique)

L'automatique est l'ensemble des sciences et des techniques pour l'étude et l'utilisation des **systemes** fonctionnant sans intervention humaine.

Definition (systemes)

Nous devons comprendre le mot système comme *une collection d'objets réagissant entre eux, possédant une ou des entrées et une ou des sorties*

Définition et objet de l'Automatique

Definition (Automatique)

L'automatique est l'ensemble des sciences et des techniques pour l'étude et l'utilisation des **systemes** fonctionnant sans intervention humaine.

Definition (systemes)

Nous devons comprendre le mot système comme *une collection d'objets réagissant entre eux, possédant une ou des entrées et une ou des sorties*

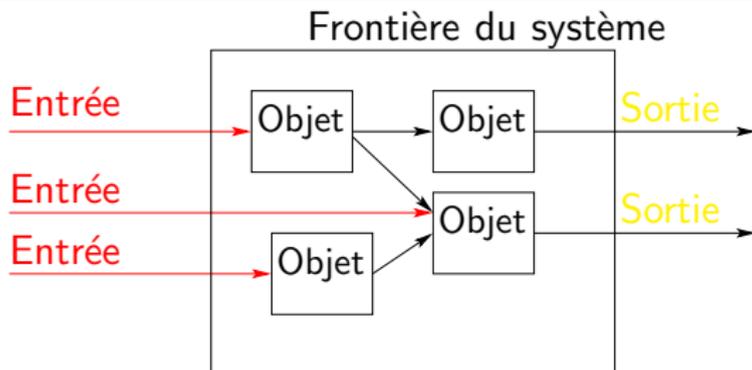
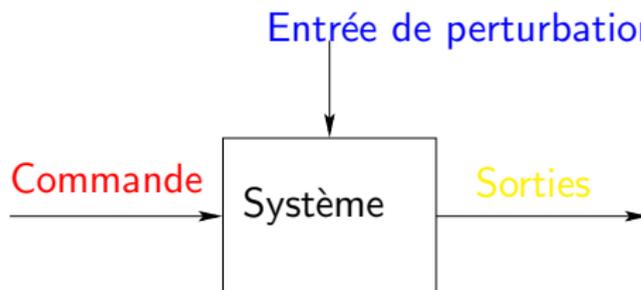


Schéma fonctionnel d'un système

On représente alors un système par un schéma fonctionnel :

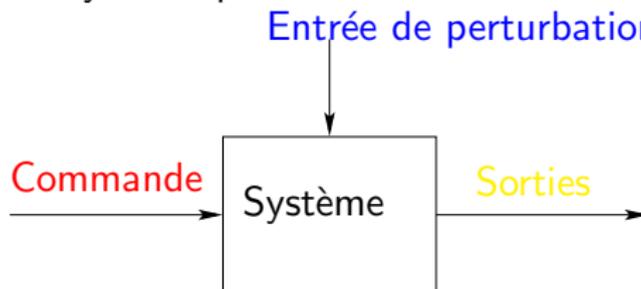


En automatique, nous pouvons distinguer plusieurs types de variables :

- **Les variables d'entrées de commande** Par l'intermédiaire d'actionneurs, l'utilisateur modifie des signaux pour changer le comportement du système.
- Les variables d'entrées de perturbations
- Les variables de sortie

Schéma fonctionnel d'un système

On représente alors un système par un schéma fonctionnel:

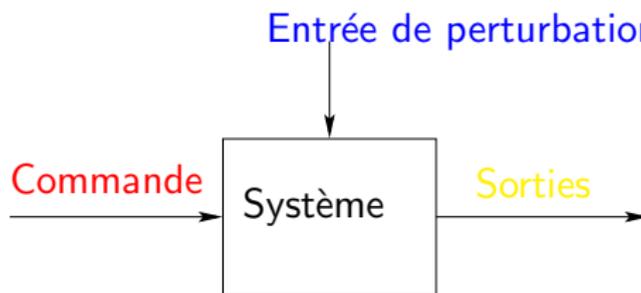


En automatique, nous pouvons distinguer plusieurs types de variables :

- **Les variables d'entrées de commande**
- **Les variables d'entrées de perturbations** L'environnement agit également sur le système par l'intermédiaire de variables d'entrées. A la différence des entrées de commandes dont l'évolution dépend de l'utilisateur, ces variables ne sont pas manipulées par l'utilisateur. Ce sont des variables de perturbations qui modifient le comportement souhaité du système.
- **Les variables de sortie**

Schéma fonctionnel d'un système

On représente alors un système par un schéma fonctionnel:



En automatique, nous pouvons distinguer plusieurs types de variables :

- **Les variables d'entrées de commande**
- **Les variables d'entrées de perturbations**
- **Les variables de sortie** Le résultat des manipulations c'est à dire l'évolution du comportement du système en fonction des entrées du système est en général observé et évalué par l'utilisateur via des variables particulières. nommées variables de sortie. Celles-ci sont mesurées à l'aide de capteurs.

Objectif de l'automatique

Objectif

Déterminer un moyen pour qu'un système physique se comporte d'une manière choisie et ceci en manipulant certaines variables précises (appelés variables de commande).

Observation

Le comportement du système est évalué à l'aide d'une quantité mesurée par un capteur, (une sortie du système).

Objectif de l'automatique

Objectif

Déterminer un moyen pour qu'un système physique se comporte d'une manière choisie et ceci en manipulant certaines variables précises (appelés variables de commande).

Observation

Le comportement du système est évalué à l'aide d'une quantité mesurée par un capteur, (une sortie du système).

Méthodologie

- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Méthodologie

- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Méthodologie

- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Méthodologie

- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Méthodologie

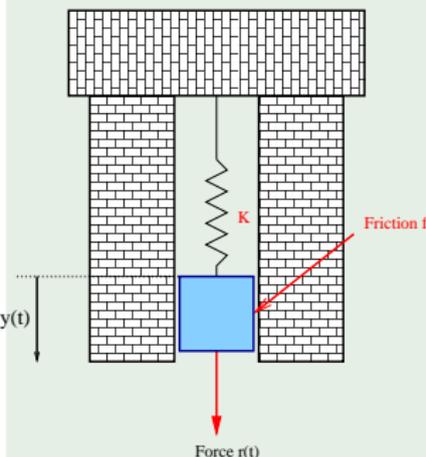
- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Méthodologie

- 1 Bonne compréhension du système :
 - Déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. phase de **modélisation**.
 - Fixer les paramètres du système. c'est la phase d'**identification**.
 - → Constitution du **Modèle**
- 2 Analyse du comportement du modèle.
- 3 On cherche à comprendre comment faire réagir le système suivant un comportement souhaité. C'est la phase de **commande**.

Exemple Mécanique

Exemple (Suspension mécanique)



- système mécanique

entrée : force $r(t)$

sortie : position de la masse $y(t)$

Principe fondamentale de la dynamique :

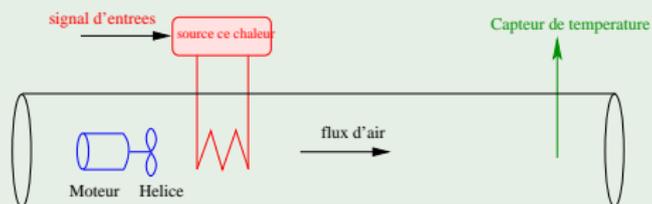
$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + f \frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = r(t)$$

- But:

- Analyser le comportement du système suivant les sollicitations de la force $r(t)$.
- Déterminer $r(t)$ pour que $y(t)$ suive un profil donné $y_r(t)$.

Exemple Thermique

Exemple (Sèche-cheveux)



- Comment trouver la bonne entrée pour que la température du sèche cheveux soit adéquate.
- Malgré la vitesse de rotation de l'hélice mal connue...

Exemple mécanique spatiale

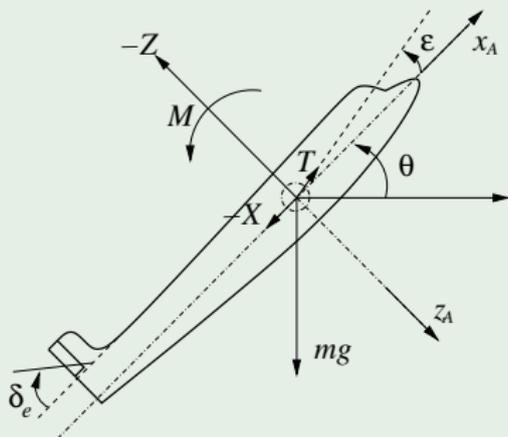
Exemple (Contrôle Ariane 5)



- **Objectifs** : Suivi d'une trajectoire de vol.
- **Entrées de commande** : Moteurs
- **Sorties**: Système de référence inertielle (SRL) → Capteurs de positions, Accéléromètre

Exemple aeronautique

Exemple (Contrôle longitudinal avion)



- **Objectifs** :
- **Entrées** : Angle de gouverne, Poussée
- **Sorties** : Angle de tangage, Vitesse de montée

Notion de boucle ouverte / fermée

But de l'automatique

- Construction de systèmes de commandes,
- Contrôler les sorties d'un système en utilisant les entrées de commande.

Structures Essentielles

- **Commande en boucle ouverte.** Un signal d'entrée $r(t)$ est envoyé au contrôleur, qui génère une entrée de commande pour le procédé à commander.
- **Commande en boucle fermée.** Afin d'obtenir un mode de commande plus précis, le signal de sortie $y(t)$ est retourné au bloc de commande et est comparé avec la sortie désirée.

Notion de boucle ouverte / fermée

But de l'automatique

- Construction de systèmes de commandes,
- Contrôler les sorties d'un système en utilisant les entrées de commande.

Structures Essentielles

- **Commande en boucle ouverte.** Un signal d'entrée $r(t)$ est envoyé au contrôleur, qui génère une entrée de commande pour le procédé à commander.
- **Commande en boucle fermée.** Afin d'obtenir un mode de commande plus précis, le signal de sortie $y(t)$ est retourné au bloc de commande et est comparé avec la sortie désirée.

Notion de boucle ouverte et boucle fermée

Exemple (l'injection d'insuline)

Les systèmes automatisés sont largement utilisés dans le domaine médical (régulation de la pression sanguine, du taux de sucre ou des battements cardiaques).

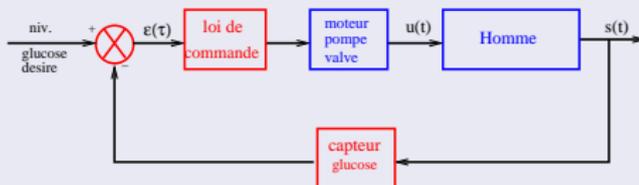
Stratégie 1 : commande en boucle ouverte

- Le signal est pré-programmé suivant des modèles mathématiques
- Connaissance de la relation entre insuline et taux de sucre.

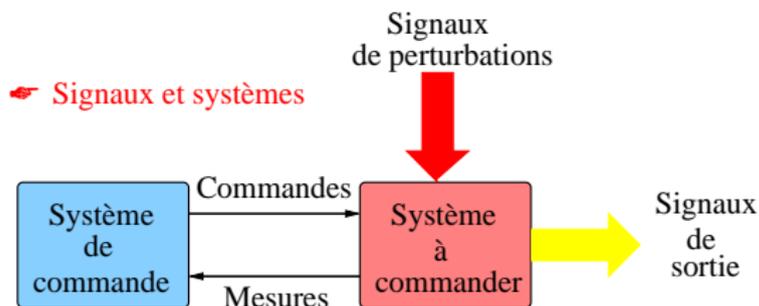


Stratégie 2 : commande en boucle fermée

- Utilisation d'un capteur miniaturisé.
- Calcul de l'écart entre le taux réel du patient et le taux nominal (de référence déterminé par le medecin).
- Injection d'insuline en fonction de cet écart.

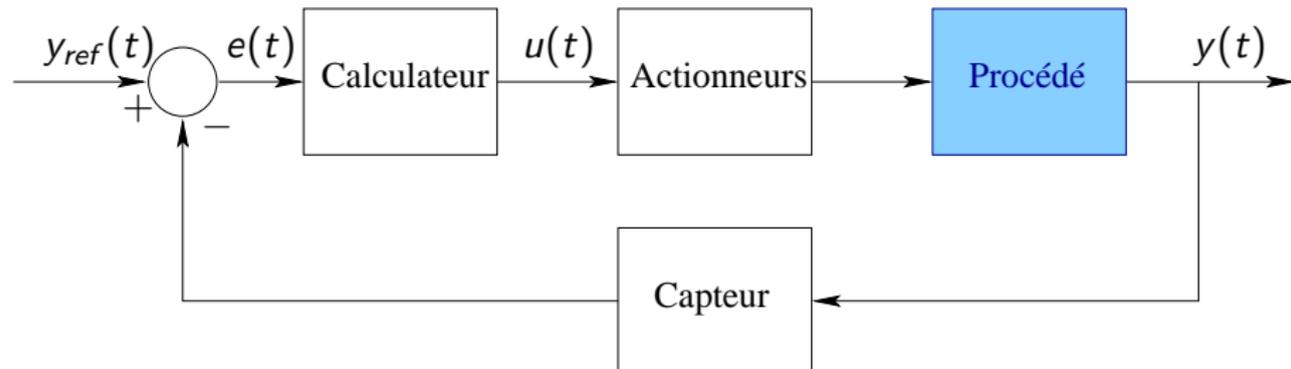


Principe de la régulation en boucle fermée



- On utilise la sortie afin de calculer la commande.
- La commande tient donc compte des éventuelles perturbations.
- Le bloc de commande délivre une commande afin que les sorties mesurées se comportent de manière choisie.

La Boucle de contre-réaction



- $u(t)$ Commande appliquée au procédé réel.
- $y(t)$ sortie du procédé réel.
- $y_{ref}(t)$ entrée de consigne, de référence.

La Boucle de contre-réaction

Principe:

Utiliser les effets des actions que l'on produit et les corriger en fonction des résultats observés.

Remarque

- La valeur de la commande n'est modifiée qu'après avoir constaté l'effet de la commande sur la sortie.
- En boucle ouverte, il n'est pas nécessaire de connaître la valeur de la sortie.

Avantages et inconvénients

Avantages

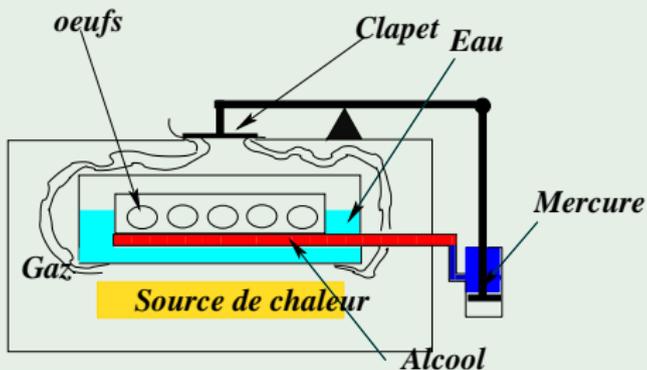
- 1 Amélioration de la précision en boucle fermée.
- 2 Robustesse du système en boucle fermée.
- 3 Amélioration du rejet de perturbation.
- 4 Contrôle du régime transitoire d'un procédé.

Inconvénients

- 1 Stabilité de la boucle fermée.
- 2 Problème de saturation de la commande.
- 3 Bruit de mesure.

Exemple *historique* thermique

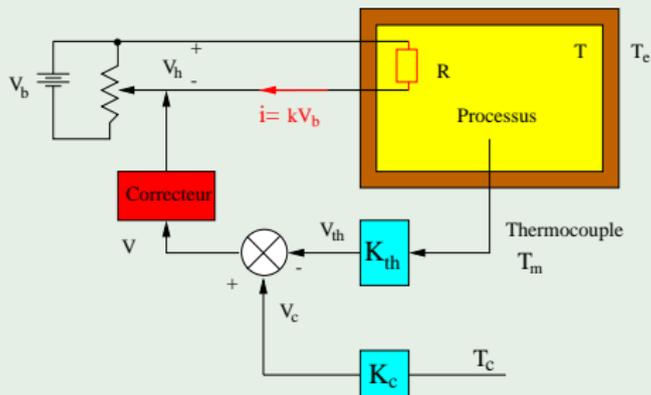
Exemple (Régulation de température)



- Objectif ?
- Entrée de commande:
- Sorties mesurées:

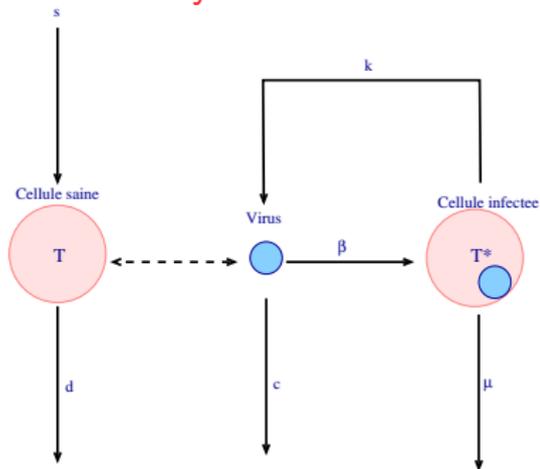
Exemple Thermique

Exemple (Régulation de température)



Modèle d'attaque de l'HIV sur les cellules T

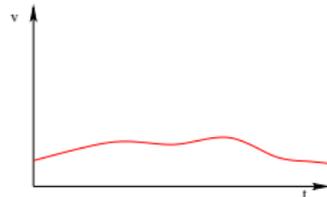
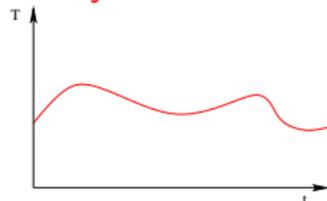
Choix du système:



Représentation mathématique:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} &= s - dT - \beta T v \\ \frac{dT^*}{dt} &= \beta T v - \mu T^* \\ \frac{dv}{dt} &= k T^* - c v \end{cases}$$

Analyse



Modèle d'attaque de l'HIV sur les cellules T

- **Choix** du système : la cellule T , T^* , le virus HIV .
- **Choix** des variables pertinentes : les concentrations des différents composants T , T^* , v .
- **Représentation mathématique** des interactions entre les éléments :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{dt} = s - dT - \beta T v \\ \frac{dT^*}{dt} = \beta T v - \mu T^* \\ \frac{dv}{dt} = k T^* - c v \end{array} \right. \quad (1)$$

- **Identification** des paramètres du système d, β, μ, k, c .
- **Analyse** du comportement du système.



Modèle de l'HIV + antiviraux

Quel est le rôle des antiviraux?

Modèle de l'HIV + antiviraux

Quel est le rôle des antiviraux?

→ des signaux d'entrées manipulables : entrées de commandes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{dt} = s - dT - (1 - u_1)\beta T v \\ \frac{dT^*}{dt} = (1 - u_1)\beta T v - \mu T^* \\ \frac{dv}{dt} = (1 - u_2)kT^* - cv \end{array} \right. \quad (2)$$

u_1, u_2 sont les actions des médicaments (bi-thérapie).

Modèle de l'HIV + antiviraux

Quel est le rôle des antiviraux?

→ des signaux d'entrées manipulables : entrées de commandes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{dt} = s - dT - (1 - u_1)\beta T v \\ \frac{dT^*}{dt} = (1 - u_1)\beta T v - \mu T^* \\ \frac{dv}{dt} = (1 - u_2)kT^* - cv \end{array} \right. \quad (2)$$

u_1 , u_2 sont les actions des médicaments (bi-thérapie).

objectifs: Comment calculer u_1 et u_2 pour diminuer la charge virale?

Ce qu'il faut retenir

- Le but de l'automatique.
- La notion de système.
- Le vocabulaire associé.
- la notion de modèle (\neq procédé physique)
- La représentation par schémas blocs.
- La notion de boucle ouverte / boucle fermée et le vocabulaire associé.