

# Un seul serveur vous manque, et tout est découplé !

Céline Comte

Travail réalisé avec Thomas Bonald et Fabien Mathieu

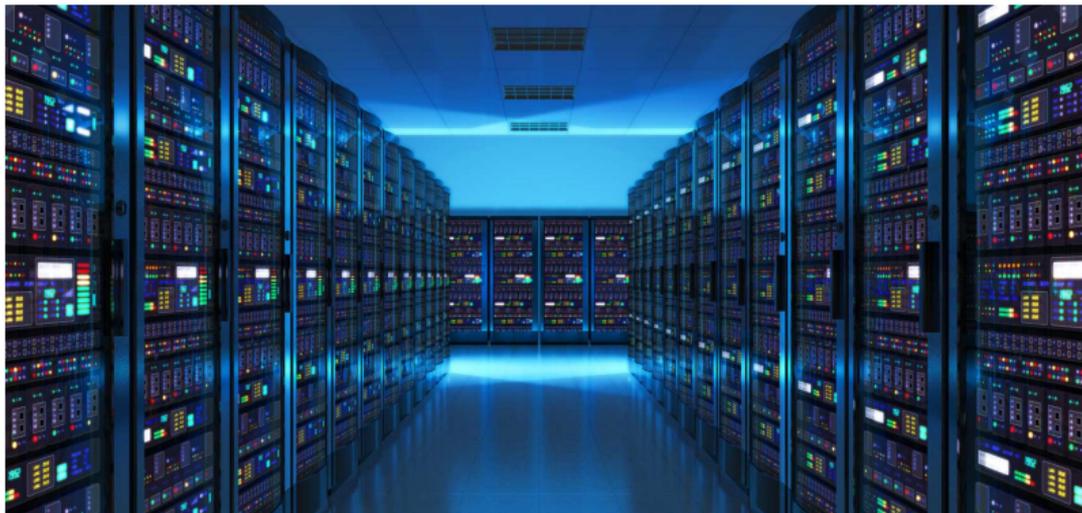


**NOKIA** Bell Labs

AlgoTel 2018, Roscoff, France  
29 mai - 1<sup>er</sup> juin 2018

# Notre objectif

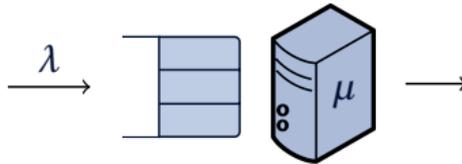
Comprendre l'impact des interactions complexes entre les serveurs dans des grappes où le traitement est distribué



[www.rambus.com/data-center/](http://www.rambus.com/data-center/)

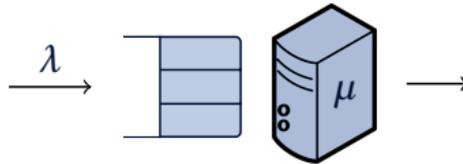
# Processor-sharing

- “Service policy where the customers, clients or jobs are all served simultaneously, each receiving an equal fraction of the service capacity available” (Wikipedia)

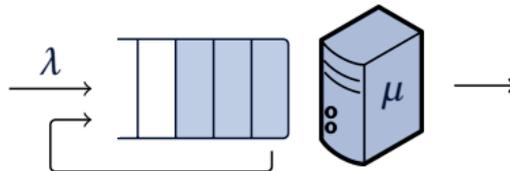


# Processor-sharing

- “Service policy where the customers, clients or jobs are all served simultaneously, each receiving an equal fraction of the service capacity available” (Wikipedia)

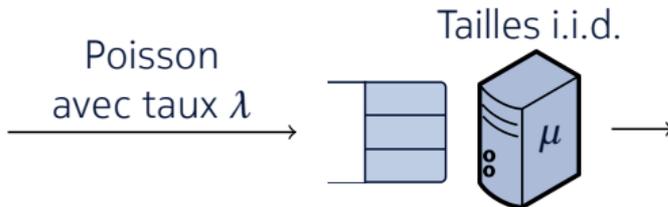


- “Emerged as an idealisation of round-robin scheduling algorithms” (Aalto et al., 2007)



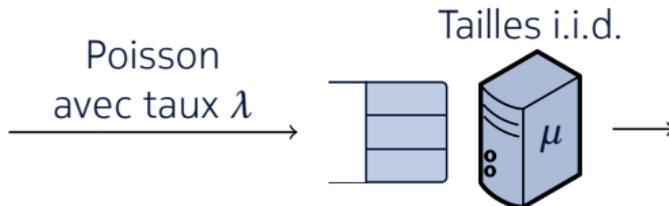
# Insensibilité

- La performance dépend seulement de la charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$



# Insensibilité

- La performance dépend seulement de la charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

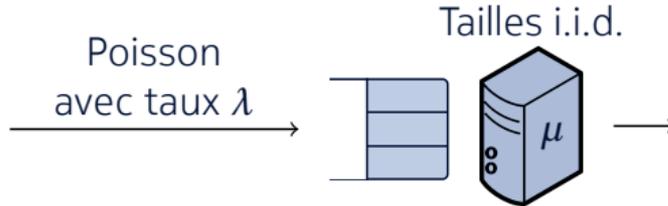


- Probabilité que le serveur soit vide

$$\psi = 1 - \rho$$

# Insensibilité

- La performance dépend seulement de la charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$



- Probabilité que le serveur soit vide

$$\psi = 1 - \rho$$

- Nombre moyen de requêtes dans la file

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

# Plan

Allocation des ressources

Nouvelle formule pour la prédiction des performances

Applications

Affectations aléatoires

Affectations locales

Résultats numériques

# Plan

Allocation des ressources

Nouvelle formule pour la prédiction des performances

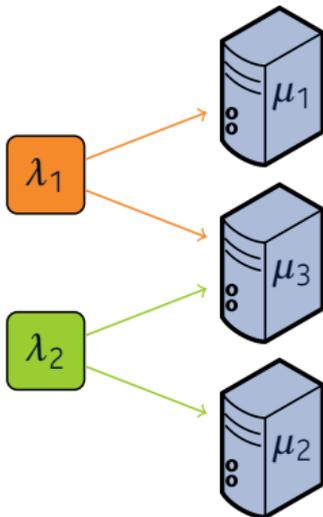
Applications

Affectations aléatoires

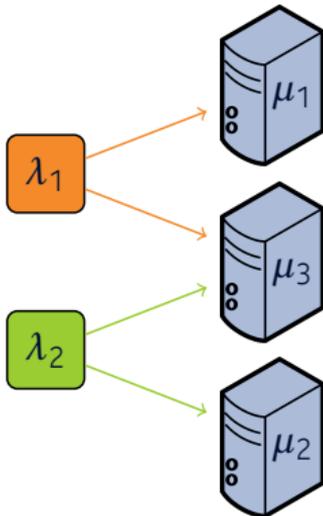
Affectations locales

Résultats numériques

# Grappe de serveurs



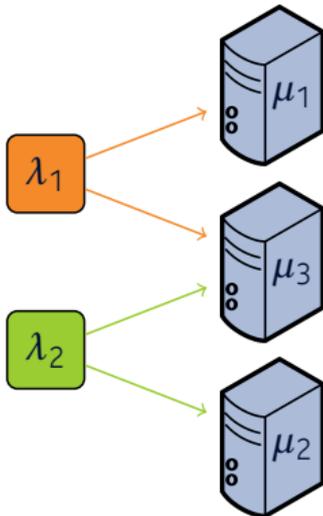
# Grappe de serveurs



## Arrivées

- Classe  $i$  : intensité de trafic  $\lambda_i$
- Processus de Poisson
- Tailles i.i.d.

# Grappe de serveurs



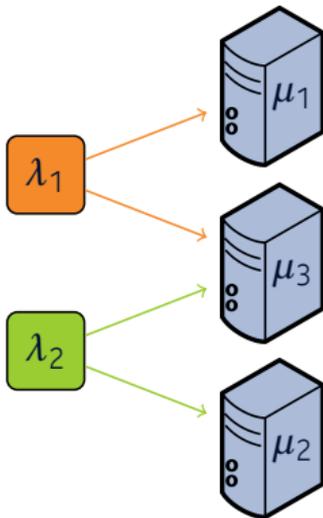
## Arrivées

- Classe  $i$  : intensité de trafic  $\lambda_i$
- Processus de Poisson
- Tailles i.i.d.

## Service

- Serveur  $k$  : capacité  $\mu_k$
- Traitement distribué

# Grappe de serveurs



## Arrivées

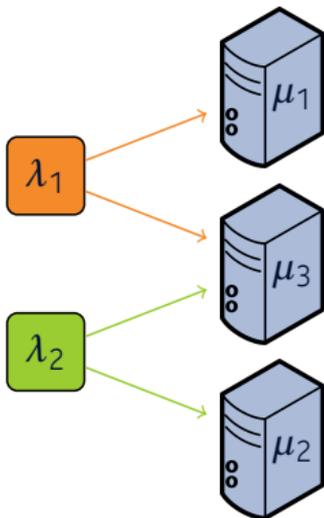
- Classe  $i$  : intensité de trafic  $\lambda_i$
- Processus de Poisson
- Tailles i.i.d.

## Service

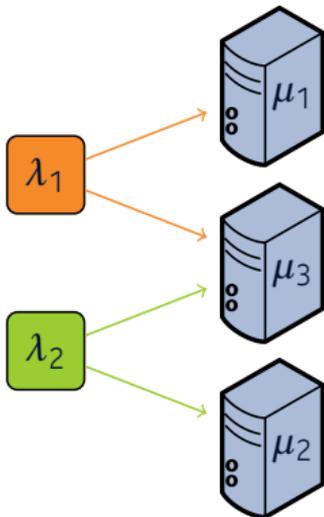
- Serveur  $k$  : capacité  $\mu_k$
- Traitement distribué

Allocation des ressources ?

# L'équité équilibrée

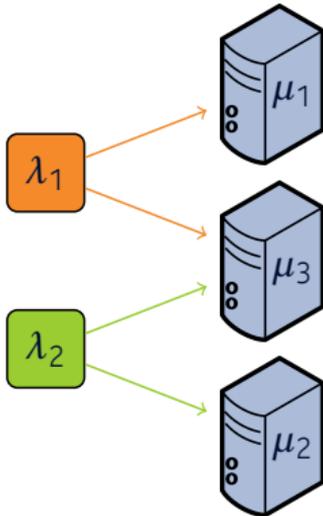


# L'équité équilibrée



Extension de la discipline processor-sharing qui préserve son insensibilité

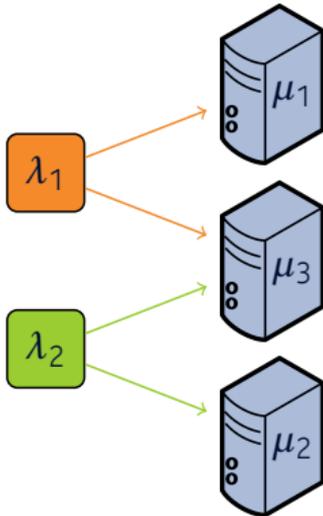
# L'équité équilibrée



Extension de la discipline processor-sharing qui préserve son insensibilité

- Réseaux de données (Bonald & Proutière, 2003)

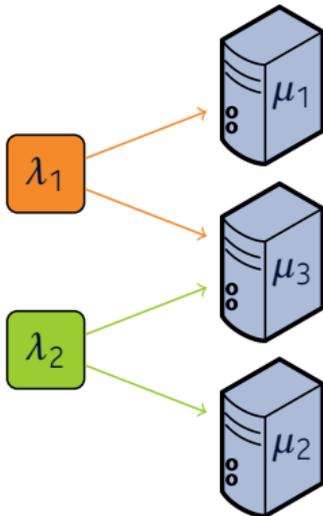
# L'équité équilibrée



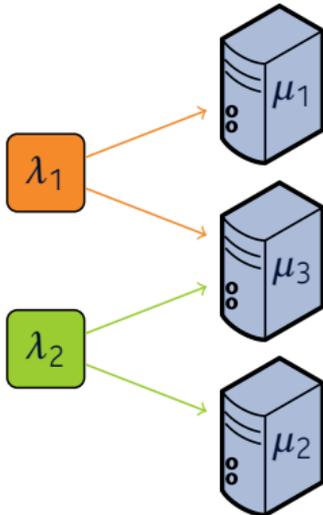
Extension de la discipline processor-sharing qui préserve son insensibilité

- Réseaux de données (Bonald & Proutière, 2003)
- Grappes de serveurs (Shah & de Veciana, 2015)

# L'équité équilibrée

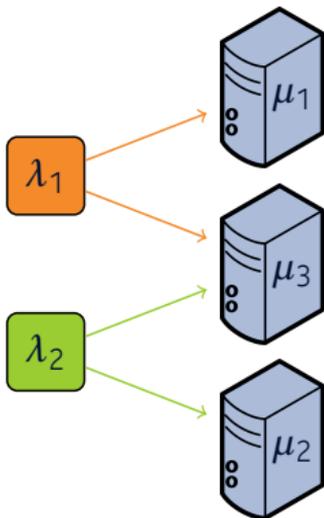


# L'équité équilibrée



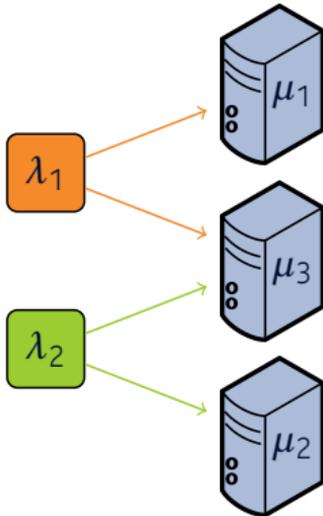
- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)

# L'équité équilibrée



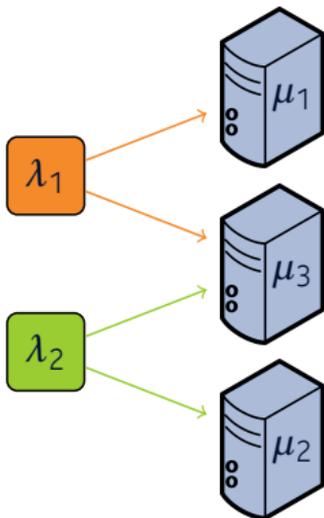
- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)
- Bonne approximation de l'équité proportionnelle (Massoulié, 2007)

# L'équité équilibrée



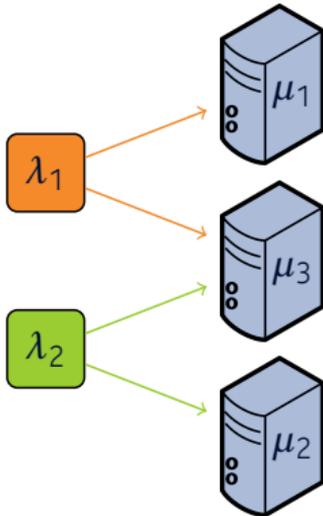
- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)
- Bonne approximation de l'équité proportionnelle (Massoulié, 2007)
- Pareto-efficace dans les grappes de serveurs (Shah & de Veciana, 2015)

# L'équité équilibrée



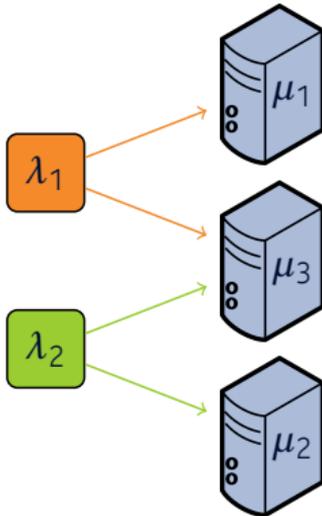
- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)
- Bonne approximation de l'équité proportionnelle (Massoulié, 2007)
- Pareto-efficace dans les grappes de serveurs (Shah & de Veciana, 2015)
- Idéalisation d'une extension de l'algorithme round-robin

# L'équité équilibrée



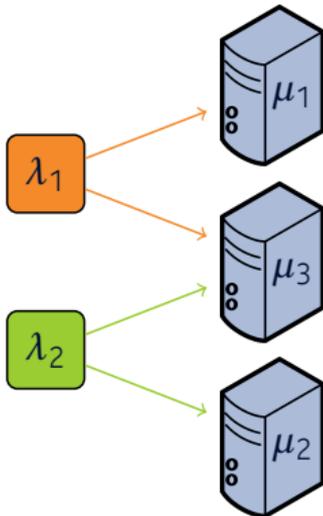
- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)
- Bonne approximation de l'équité proportionnelle (Massoulié, 2007)
- Pareto-efficace dans les grappes de serveurs (Shah & de Veciana, 2015)
- Idéalement d'une extension de l'algorithme round-robin
  - Traitement en parallèle (Bonald & Comte, 2017)

# L'équité équilibrée

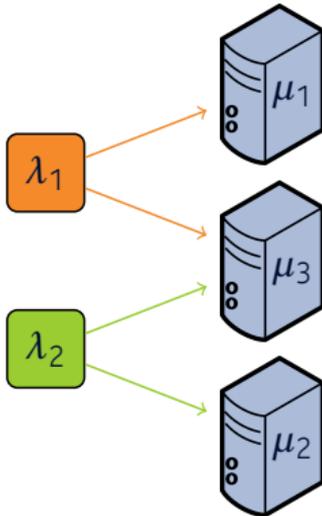


- Maximise l'ensemble de stabilité (Bonald & Proutière, 2003)
- Bonne approximation de l'équité proportionnelle (Massoulié, 2007)
- Pareto-efficace dans les grappes de serveurs (Shah & de Veciana, 2015)
- Idéalement d'une extension de l'algorithme round-robin
  - Traitement en parallèle (Bonald & Comte, 2017)
  - Requêtes redondantes (Gardner et al., 2015)

# Prédiction des performances

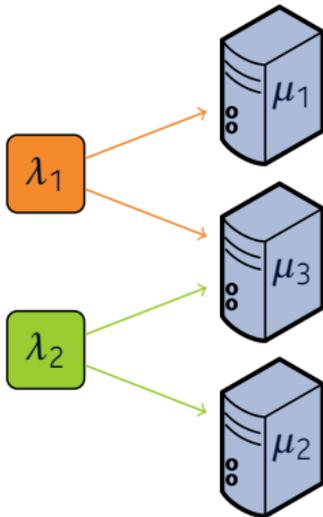


# Prédiction des performances



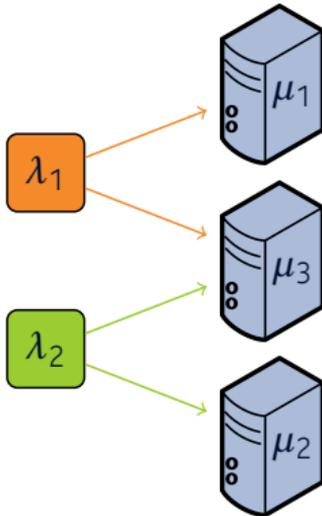
- Formule par récurrence sur l'ensemble des classes (Bonald & Virtamo, 2004) (Shah & de Veciana, 2015)

# Prédiction des performances



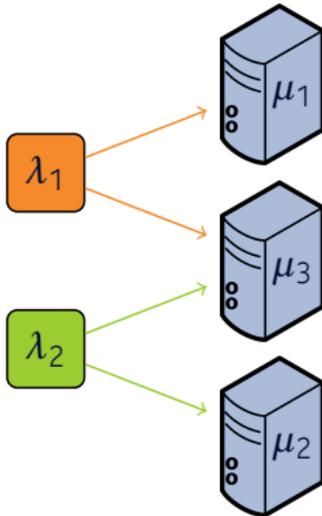
- Formule par récurrence sur l'ensemble des classes (Bonald & Virtamo, 2004) (Shah & de Veciana, 2015)
  - Complexité exponentielle

# Prédiction des performances



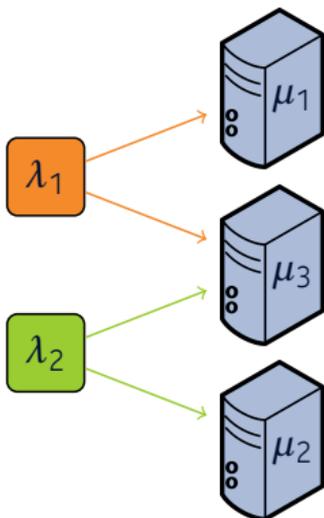
- Formule par récurrence sur l'ensemble des classes (Bonald & Virtamo, 2004) (Shah & de Veciana, 2015)
  - Complexité exponentielle
  - Complexité polynomiale dans un système “poly-symétrique” (Bonald et al., 2017)

# Prédiction des performances



- Formule par récurrence sur l'ensemble des classes (Bonald & Virtamo, 2004) (Shah & de Veciana, 2015)
  - Complexité exponentielle
  - Complexité polynomiale dans un système “poly-symétrique” (Bonald et al., 2017)
- Formule explicite dans deux cas (Gardner et al., 2017)

# Prédiction des performances



- Formule par récurrence sur l'ensemble des classes (Bonald & Virtamo, 2004) (Shah & de Veciana, 2015)
  - Complexité exponentielle
  - Complexité polynomiale dans un système “poly-symétrique” (Bonald et al., 2017)
- Formule explicite dans deux cas (Gardner et al., 2017)
  - Développé dans ce travail

# Plan

Allocation des ressources

Nouvelle formule pour la prédiction des performances

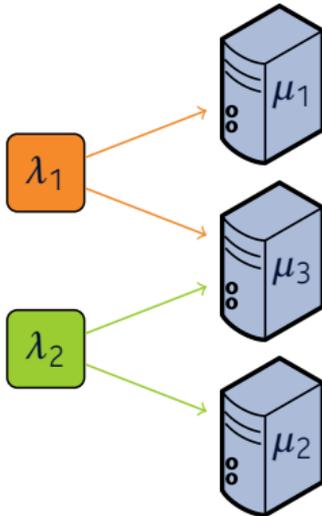
Applications

Affectations aléatoires

Affectations locales

Résultats numériques

# Groupe de serveurs



## Arrivées

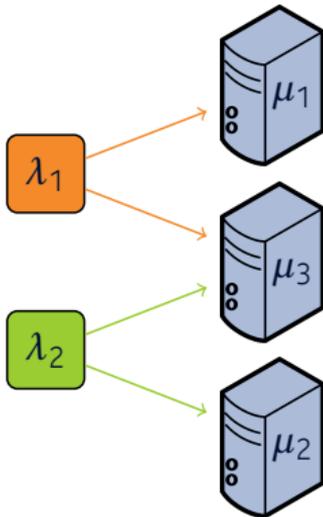
- Classe  $i$  : intensité de trafic  $\lambda_i$
- Processus de Poisson
- Tailles i.i.d.

## Service

- Serveur  $k$  : capacité  $\mu_k$
- Traitement distribué

Les ressources sont allouées selon l'équité équilibrée

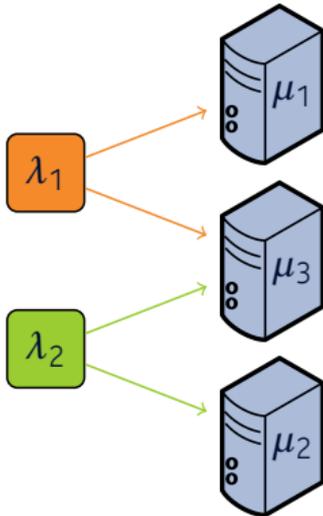
# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

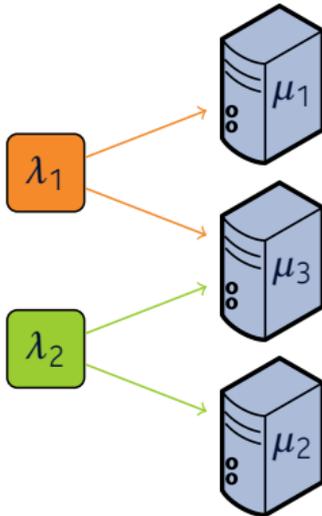
# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

# Résultat principal

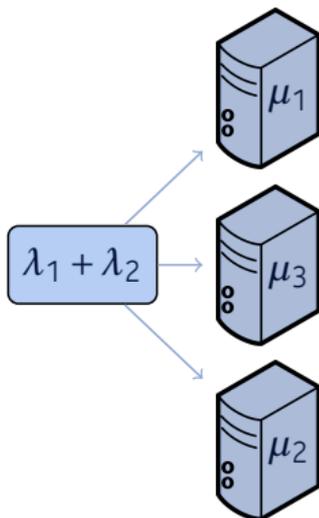


Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage  
complet des  
ressources

# Résultat principal

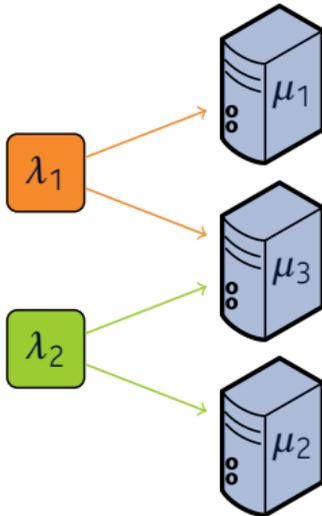


Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage  
complet des  
ressources

# Résultat principal

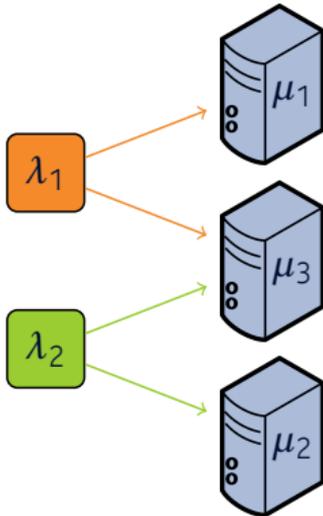


Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage  
complet des  
ressources

# Résultat principal

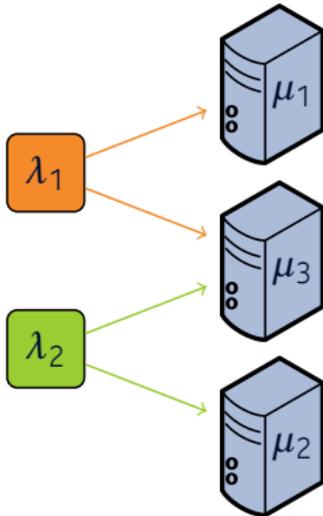


Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources

# Résultat principal

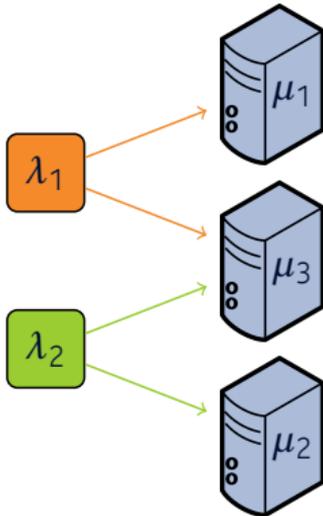


Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

# Résultat principal



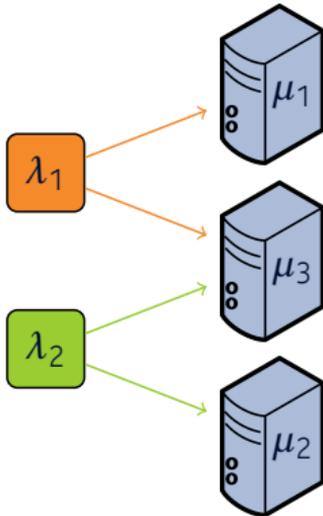
Probabilité que le système soit vide

$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

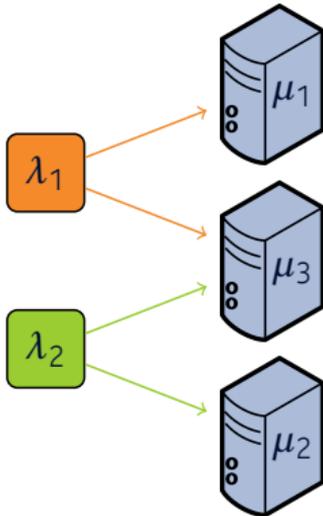
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{c|c} \text{le système} & \text{le serveur } k \\ \text{est vide} & \text{est inactif} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

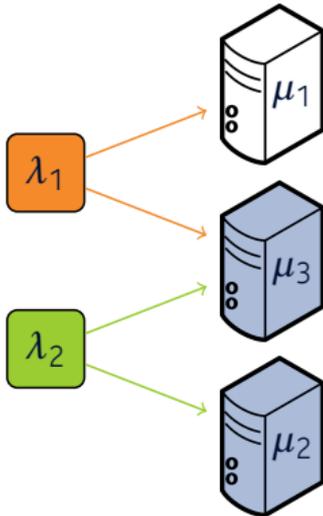
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

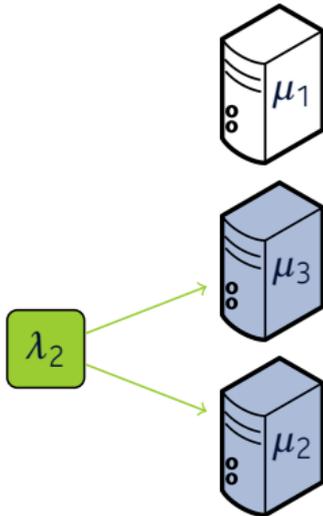
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

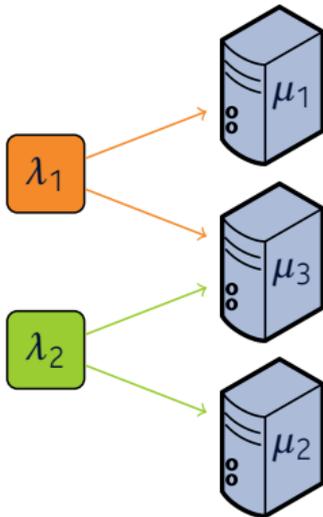
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

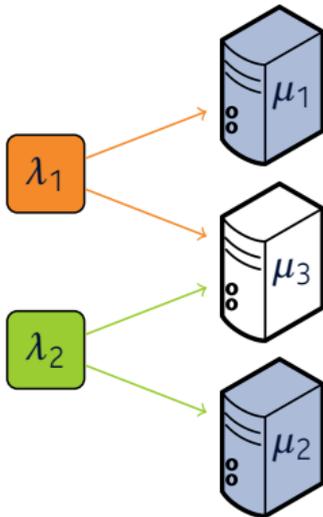
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

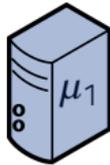
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

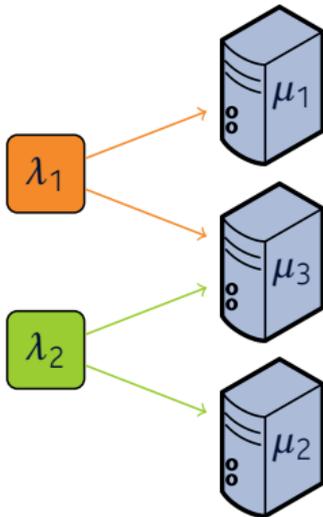
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Résultat principal



Probabilité que le système soit vide

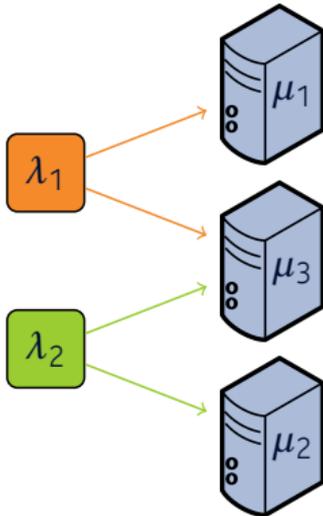
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{\mu_k}{\psi_{1-k}}}$$

Partage complet des ressources      Surcoût dû au partage incomplet

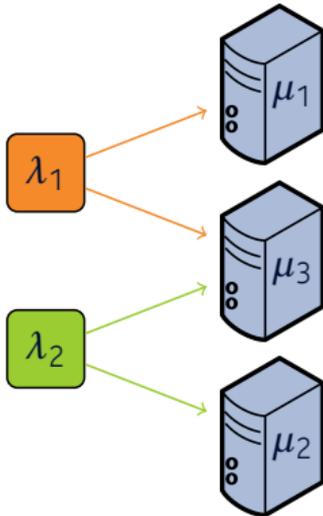
Probabilités conditionnelles

$$\psi_{1-k} = \mathbb{P} \left( \begin{array}{l} \text{le sous-système sans} \\ \text{trafic généré par les} \\ \text{classes de } \mathcal{S}_k \text{ est vide} \end{array} \right)$$

# Exemple-jouet



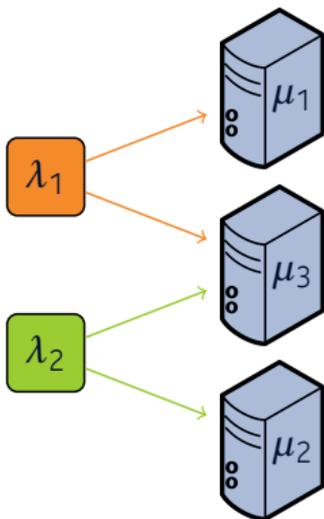
# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{1-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{1-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{1-3}}}$$

$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

# Exemple-jouet

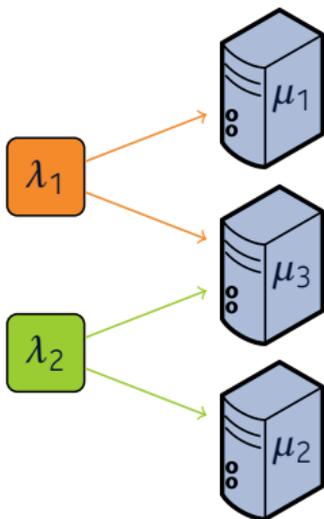


$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} =$$

# Exemple-jouet



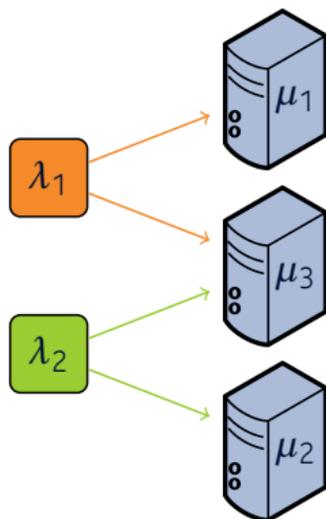
$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} =$$

$$\psi_{| - 3} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

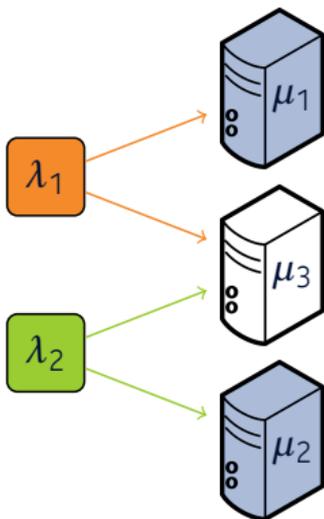
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} =$$

$$\psi_{| - 3} =$$

$$\psi_{| - 2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

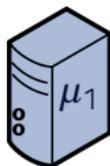
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} =$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

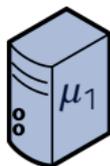
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} =$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

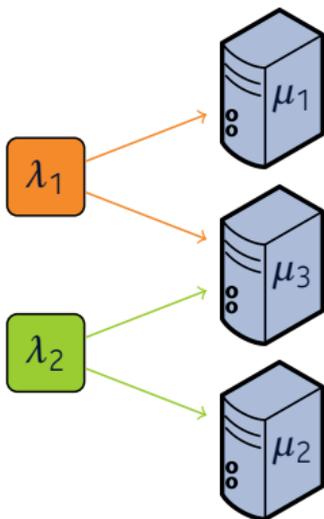
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} = 1$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

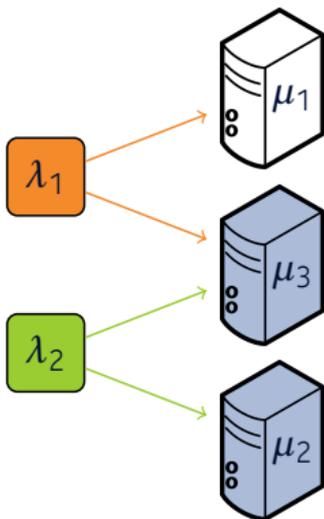
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} = 1$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

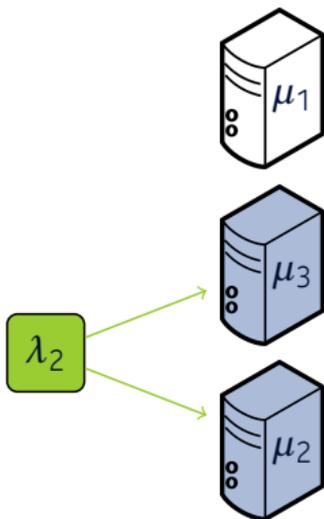
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} = 1$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{|-1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{|-2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{|-3}}}$$

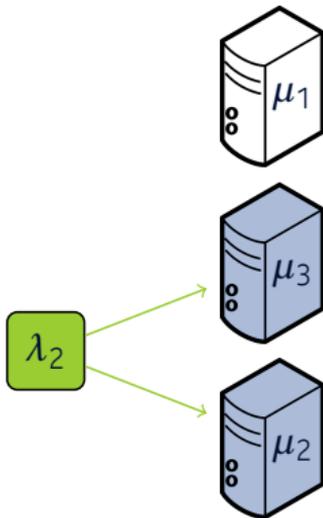
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{|-1} =$$

$$\psi_{|-3} = 1$$

$$\psi_{|-2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

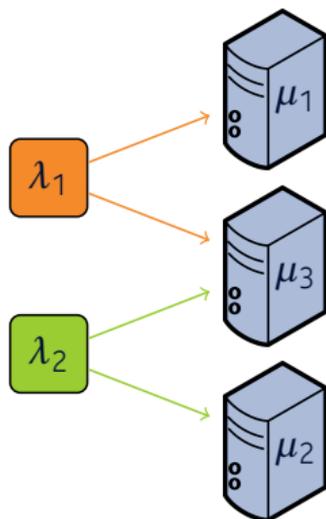
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} = 1 - \rho_{| - 1} \text{ avec } \rho_{| - 1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 3} = 1$$

$$\psi_{| - 2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

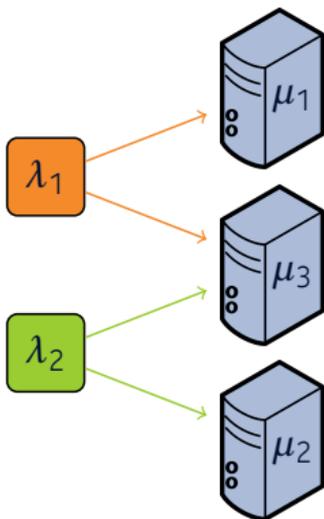
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} = 1 - \rho_{| - 1} \text{ avec } \rho_{| - 1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 3} = 1$$

$$\psi_{| - 2} =$$

# Exemple-jouet



$$\psi = (1 - \rho) \times \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{\frac{\mu_1}{\psi_{| - 1}} + \frac{\mu_2}{\psi_{| - 2}} + \frac{\mu_3}{\psi_{| - 3}}}$$

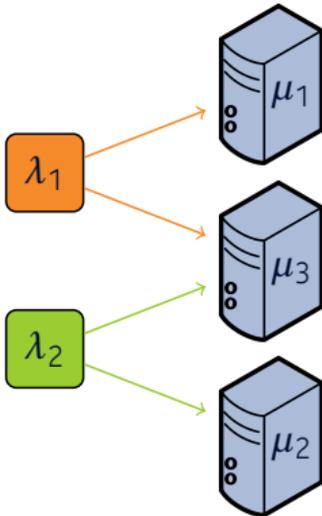
$$\text{avec } \rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}$$

$$\psi_{| - 1} = 1 - \rho_{| - 1} \text{ avec } \rho_{| - 1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \mu_3}$$

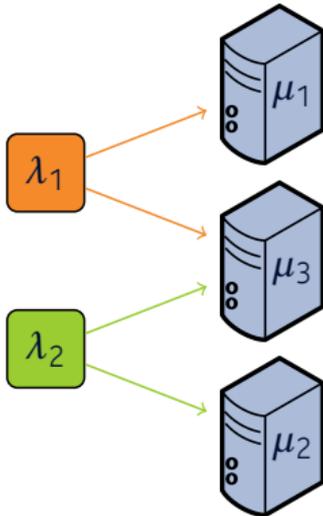
$$\psi_{| - 3} = 1$$

$$\psi_{| - 2} = 1 - \rho_{| - 2} \text{ avec } \rho_{| - 2} = \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \mu_3}$$

# Résultat principal



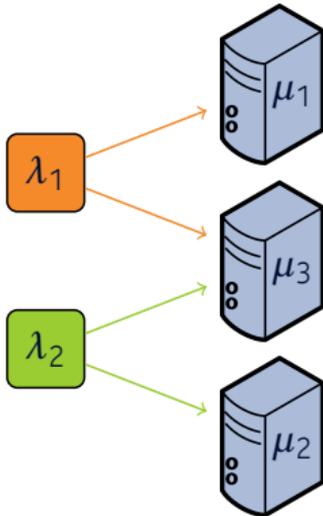
# Résultat principal



Nombre moyen de requêtes

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{1-\rho} \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \frac{\psi}{\psi_{|I-k}} L_{|I-k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}$$

# Résultat principal

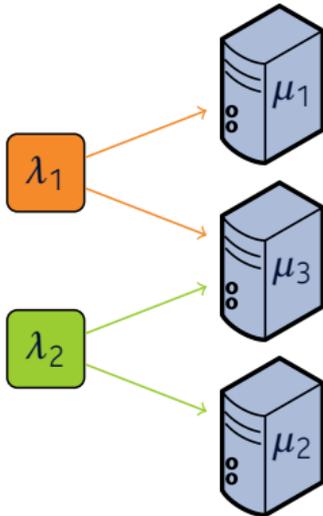


Nombre moyen de requêtes

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{1-\rho} \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \frac{\psi}{\psi_{|I-k}} L_{|I-k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}$$

Partage  
complet des  
ressources

# Résultat principal



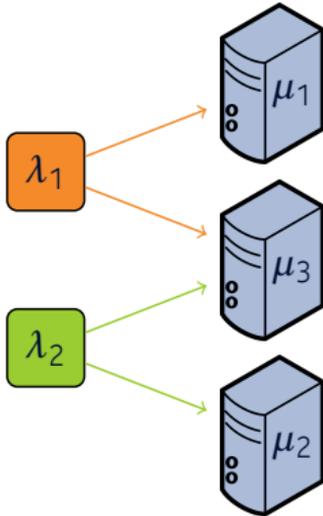
Nombre moyen de requêtes

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{1-\rho} \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \frac{\psi}{\psi_{|l-k}} L_{|l-k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}$$

Partage  
complet des  
ressources

Surcoût dû au  
partage incomplet

# Résultat principal



Nombre moyen de requêtes

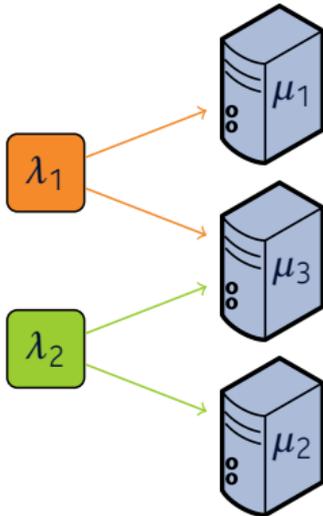
$$L = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{1-\rho} \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \frac{\psi}{\psi_{|I-k}} L_{|I-k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}$$

Partage  
complet des  
ressources

Surcoût dû au  
partage incomplet

- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs en général

# Résultat principal



Nombre moyen de requêtes

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{1-\rho} \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \frac{\psi}{\psi_{1-k}} L_{1-k}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k}$$

Partage  
complet des  
ressources

Surcoût dû au  
partage incomplet

- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs en général
- Complexité polynomiale dans des systèmes “gentils” ☺

# Plan

Allocation des ressources

Nouvelle formule pour la prédiction des performances

Applications

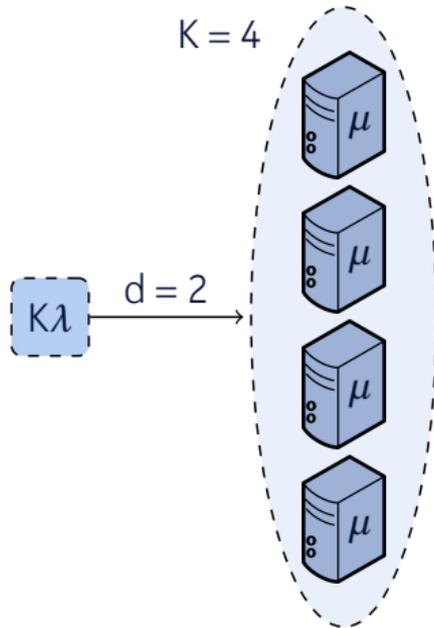
Affectations aléatoires

Affectations locales

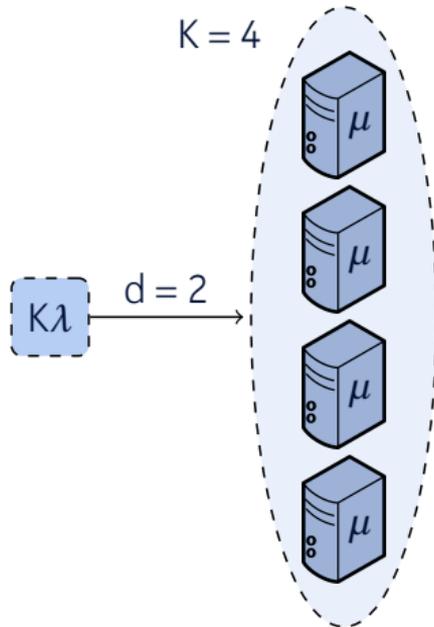
Résultats numériques

# Affectations aléatoires

# Affectations aléatoires

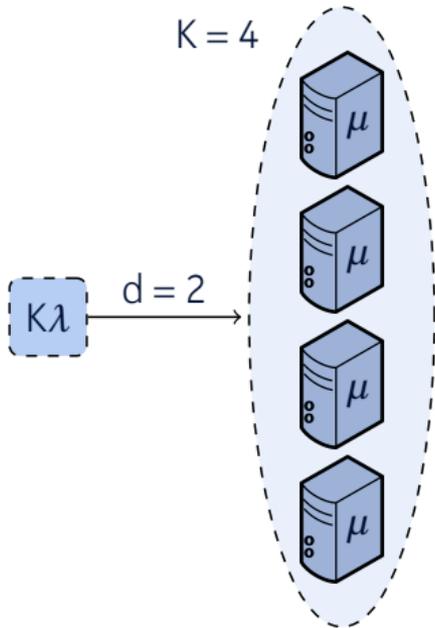


# Affectations aléatoires



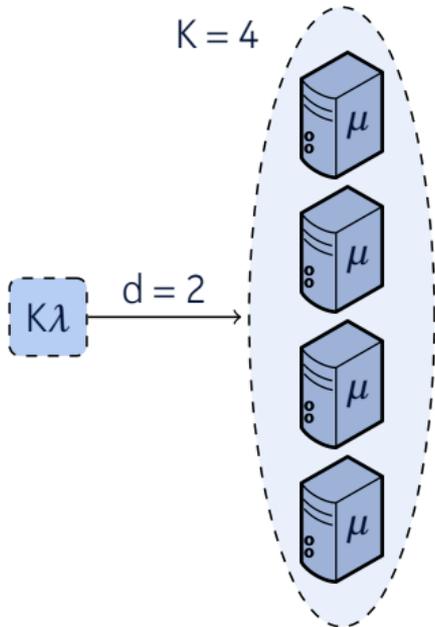
- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents

# Affectations aléatoires



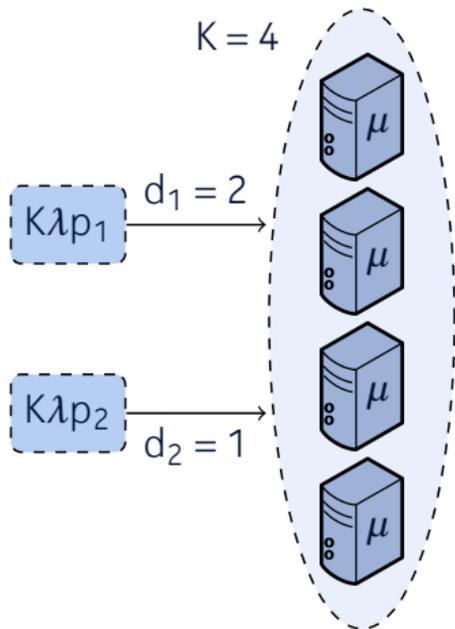
- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents
- Formule explicite  
Complexité  $O(K)$   
(Gardner et al., 2017)

# Affectations aléatoires



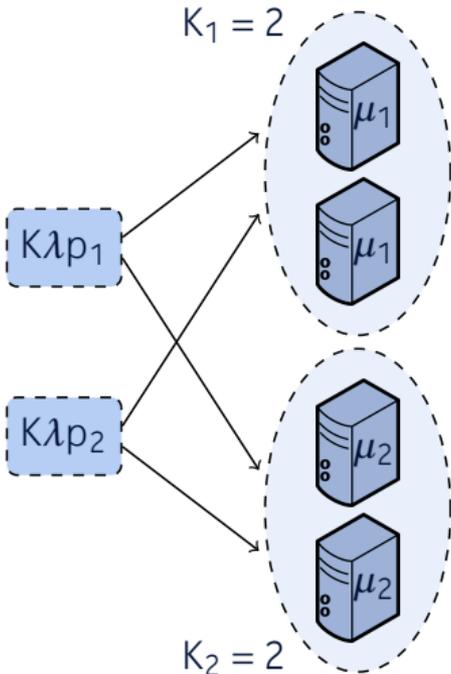
- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents
- Formule explicite  
Complexité  $O(K)$   
(Gardner et al., 2017)
- Extensions

# Affectations aléatoires



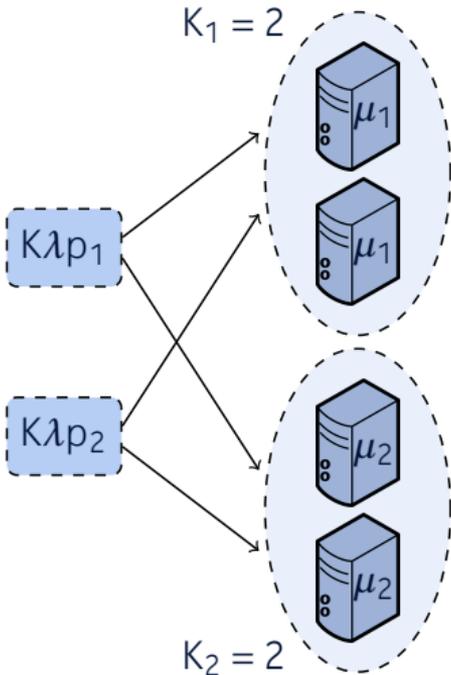
- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents
- Formule explicite  
Complexité  $O(K)$   
(Gardner et al., 2017)
- Extensions  
→ N types de requêtes

# Affectations aléatoires



- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents
- Formule explicite  
Complexité  $O(K)$   
(Gardner et al., 2017)
- Extensions
  - N types de requêtes
  - S groupes de serveurs

# Affectations aléatoires



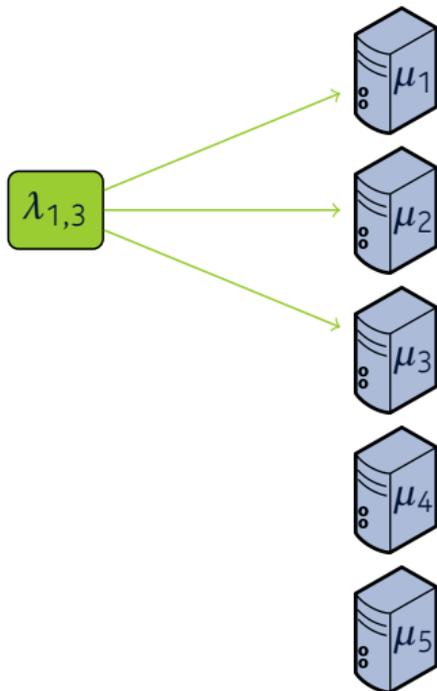
- Simplification  
Tous les serveurs sont équivalents
- Formule explicite  
Complexité  $O(K)$   
(Gardner et al., 2017)
- Extensions
  - N types de requêtes
  - S groupes de serveursComplexité  $O(K^S)$

# Affectations locales

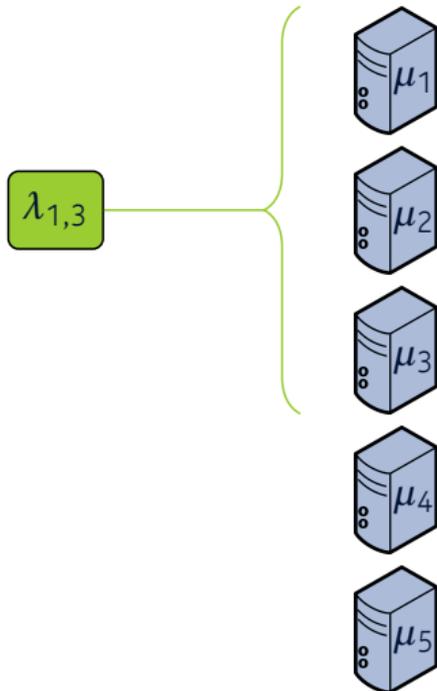
# Affectations locales



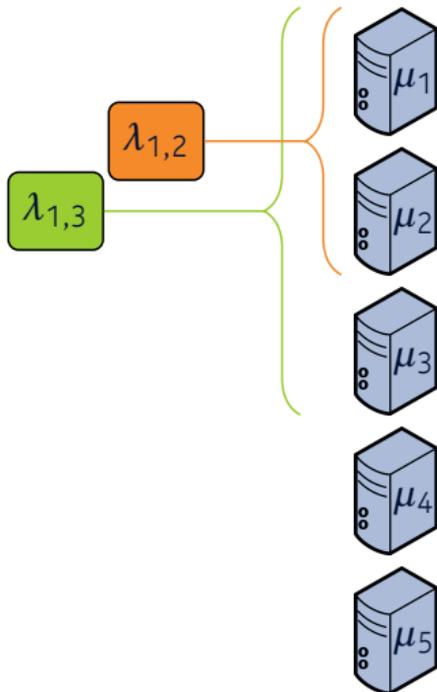
# Affectations locales



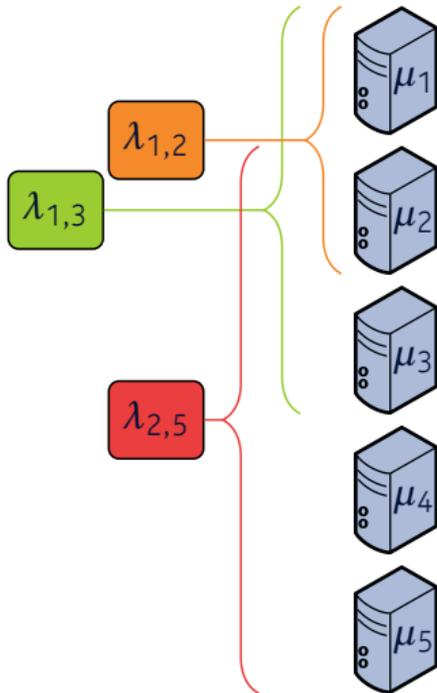
# Affectations locales



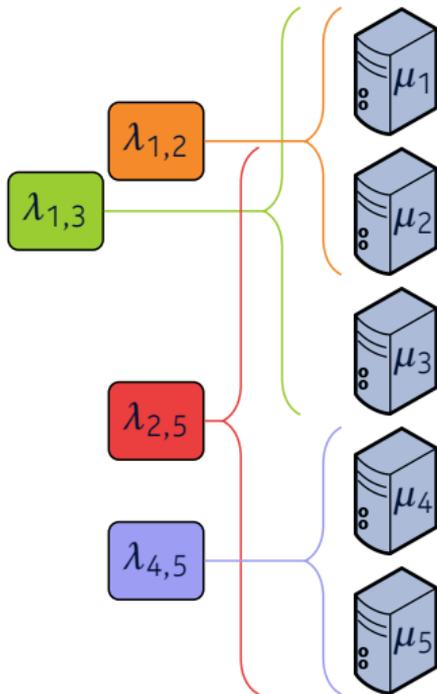
# Affectations locales



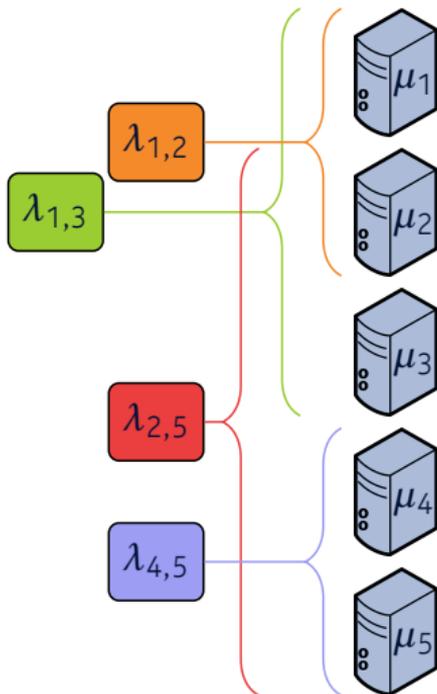
# Affectations locales



# Affectations locales

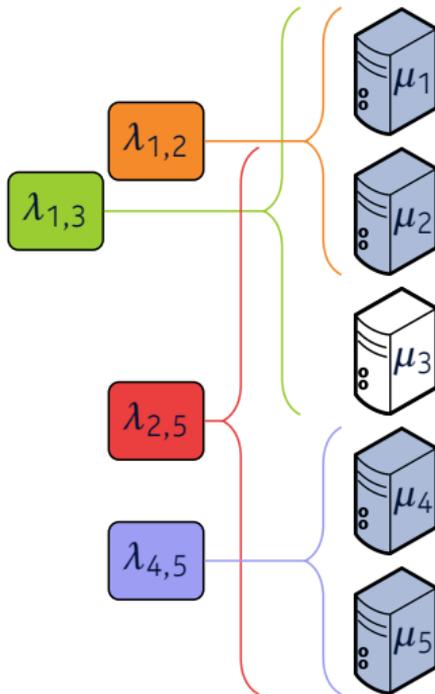


# Affectations locales



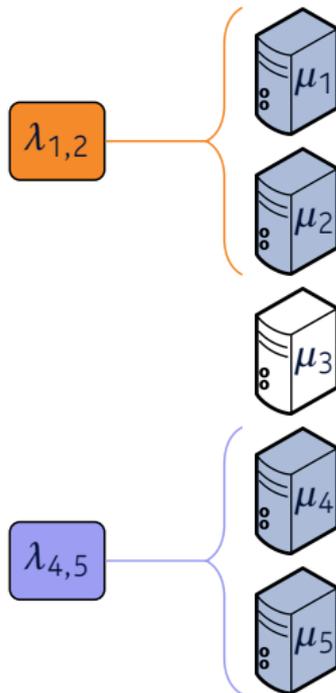
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants

# Affectations locales



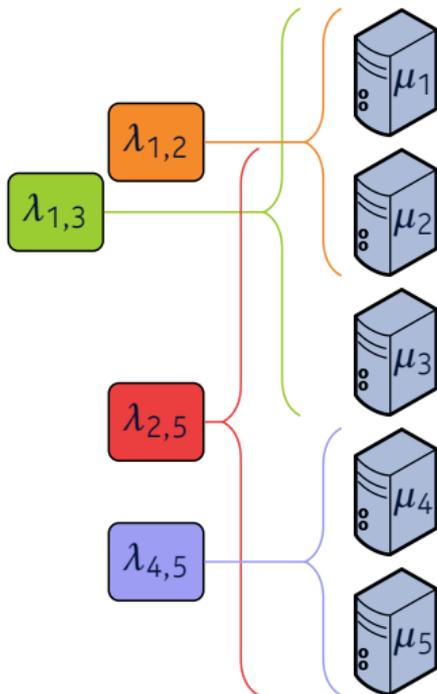
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants

# Affectations locales



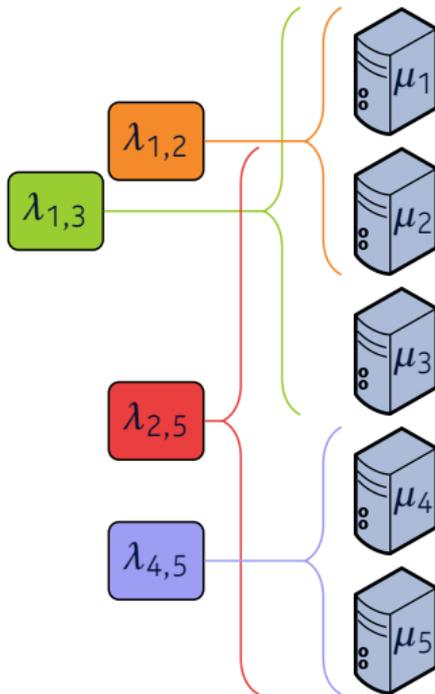
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants

# Affectations locales



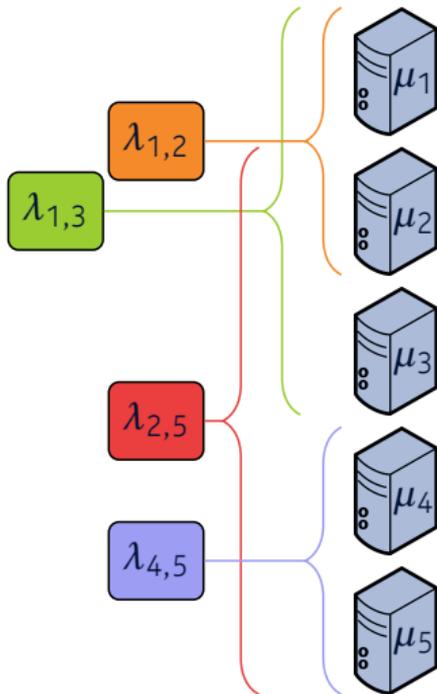
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants

# Affectations locales



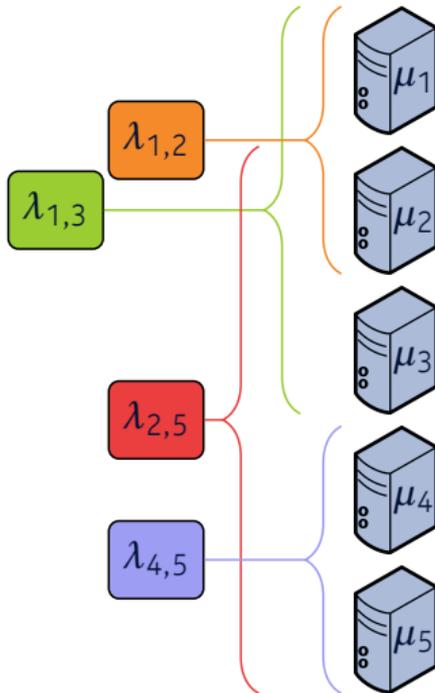
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants
- Complexité

# Affectations locales



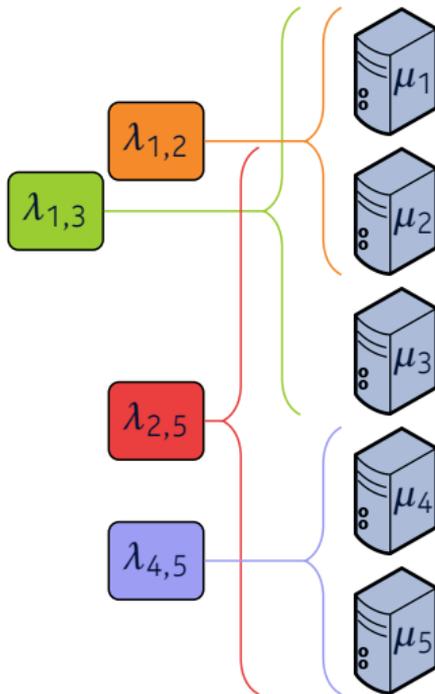
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants
- Complexité  
→  $O(K^3)$  en général

# Affectations locales



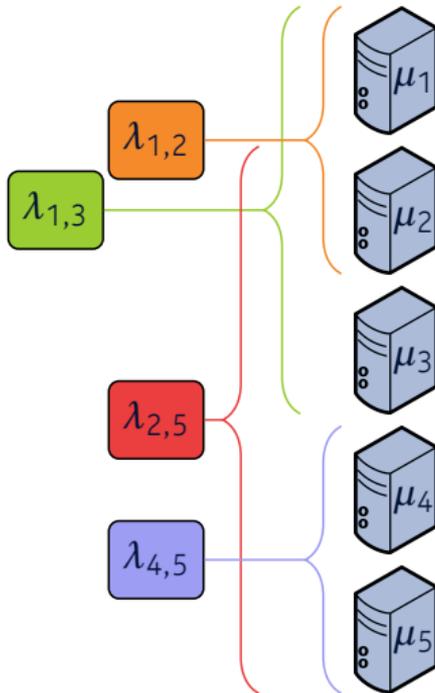
- Simplification  
Sous-systèmes indépendants
- Complexité
  - $O(K^3)$  en général
  - $O(K^2)$  quand la grappe est homogène

# Affectations locales



- Simplification  
Sous-systèmes indépendants
- Complexité
  - $O(K^3)$  en général
  - $O(K^2)$  quand la grappe est homogène
- Cas particulier
  - Classes imbriquées (Gardner et al., 2017)

# Affectations locales



- Simplification  
Sous-systèmes indépendants
- Complexité
  - $O(K^3)$  en général
  - $O(K^2)$  quand la grappe est homogène
- Cas particulier
  - Classes imbriquées (Gardner et al., 2017)
- Extension
  - Topologie en anneau

# Plan

Allocation des ressources

Nouvelle formule pour la prédiction des performances

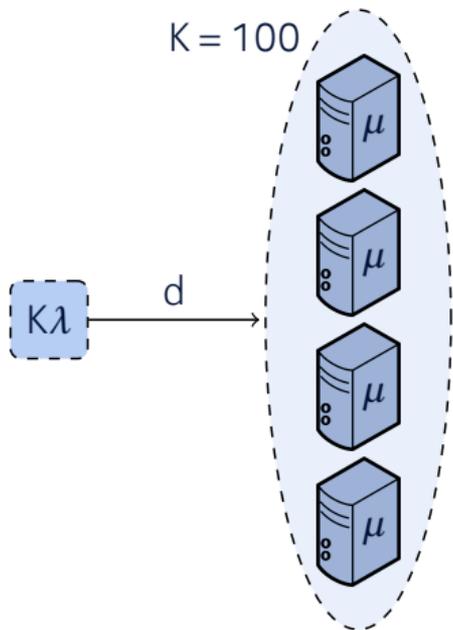
Applications

Affectations aléatoires

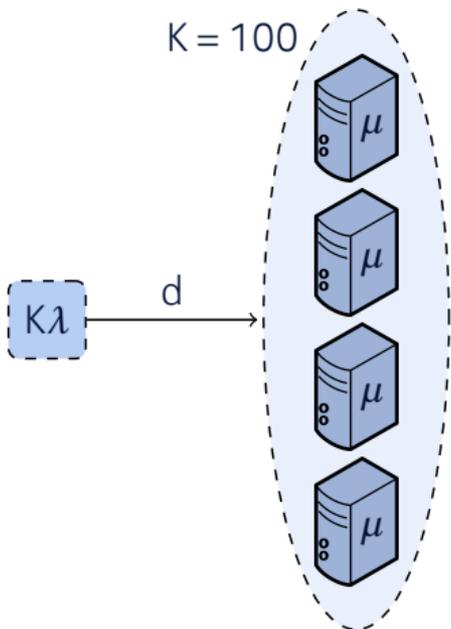
Affectations locales

Résultats numériques

# Impact de la localité

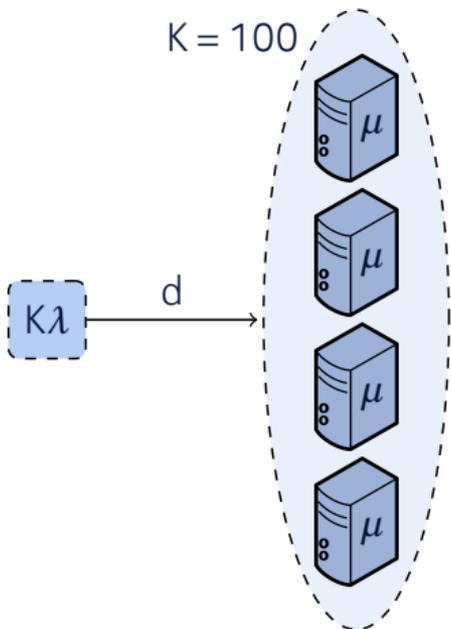


# Impact de la localité



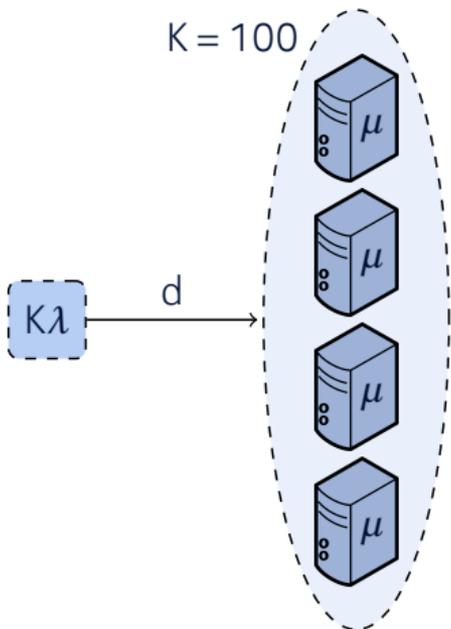
- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$

# Impact de la localité



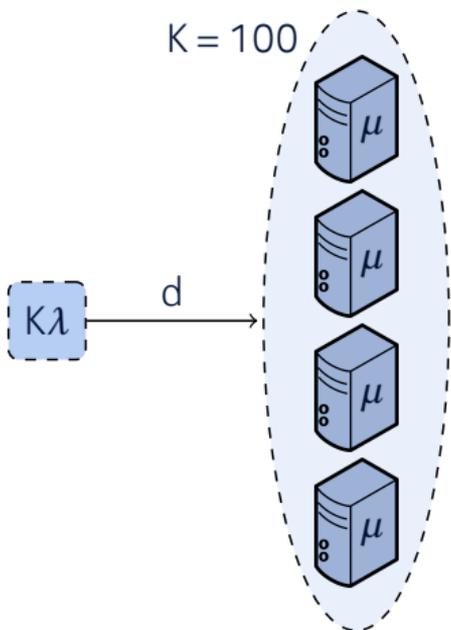
- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$
- $K = 100$  serveurs

# Impact de la localité



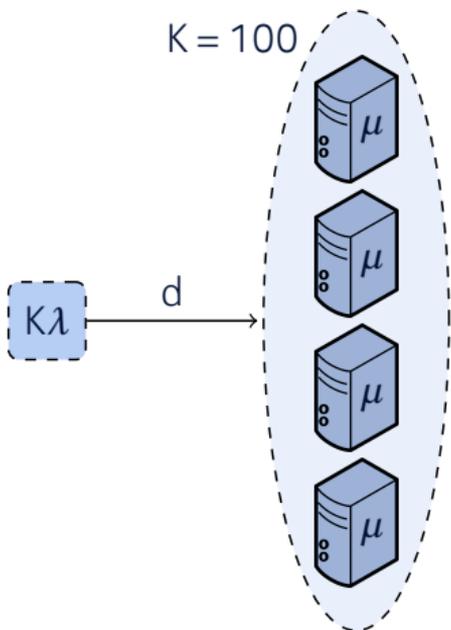
- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$
- $K = 100$  serveurs
-  tudier l'impact de la localité sur la performance de l'affectation aléatoire

# Impact de la localité



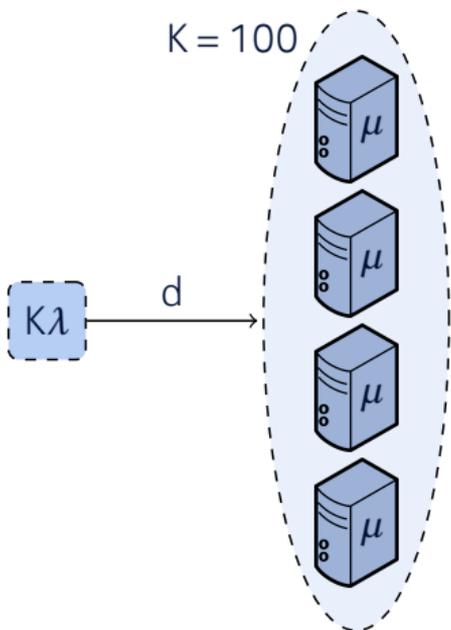
- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$
- $K = 100$  serveurs
-  tudier l'impact de la localité sur la performance de l'affectation aléatoire
  - ① Globale

# Impact de la localité



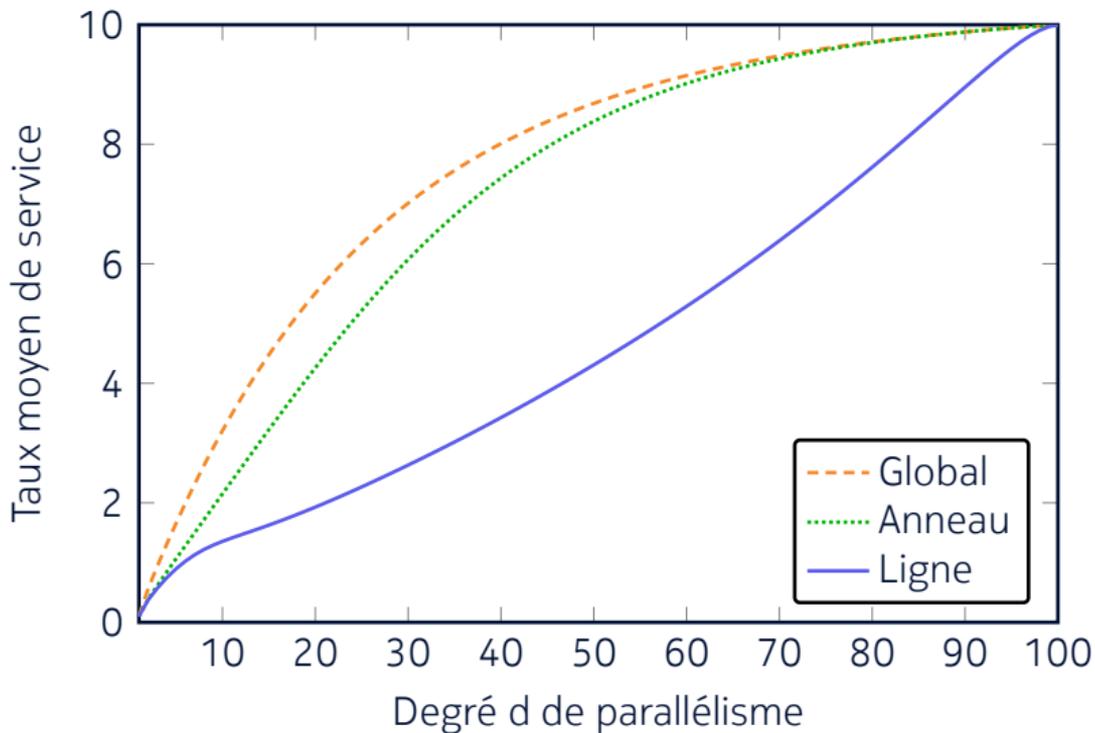
- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$
- $K = 100$  serveurs
-  tudier l'impact de la localité sur la performance de l'affectation aléatoire
  - ① Globale
  - ② Anneau

# Impact de la localité



- Charge  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,9$
- $K = 100$  serveurs
-  tudier l'impact de la localité sur la performance de l'affectation aléatoire
  - ① Globale
  - ② Anneau
  - ③ Ligne

# Impact de la localité



# Conclusion

- Nouvelle formule par récurrence pour prédire la performance de l'équité équilibrée avec un graphe de compatibilité arbitraire

# Conclusion

- Nouvelle formule par récurrence pour prédire la performance de l'équité équilibrée avec un graphe de compatibilité arbitraire
- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs

# Conclusion

- Nouvelle formule par récurrence pour prédire la performance de l'équité équilibrée avec un graphe de compatibilité arbitraire
- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs
- Applications pratiques où la complexité est polynomiale

# Conclusion

- Nouvelle formule par récurrence pour prédire la performance de l'équité équilibrée avec un graphe de compatibilité arbitraire
- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs
- Applications pratiques où la complexité est polynomiale
  - Affectations aléatoires

# Conclusion

- Nouvelle formule par récurrence pour prédire la performance de l'équité équilibrée avec un graphe de compatibilité arbitraire
- Complexité exponentielle en le nombre de serveurs
- Applications pratiques où la complexité est polynomiale
  - Affectations aléatoires
  - Affectations locales

# Les titres auxquels vous avez échappé...

- La contrainte des serveurs mis en grappe
- On fait tourner les serveurs
- Quelque chose d'éteint ici (allumer le flot)

