

# À la Racine du Parallélisme

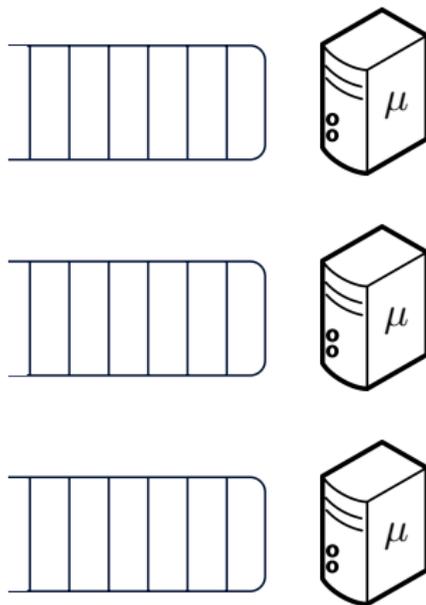
Thomas Bonald, Céline Comte et Fabien Mathieu  
thomas.bonald@telecom-paristech.fr  
{celine.comte,fabien.mathieu}@nokia.com

**NOKIA** Bell Labs



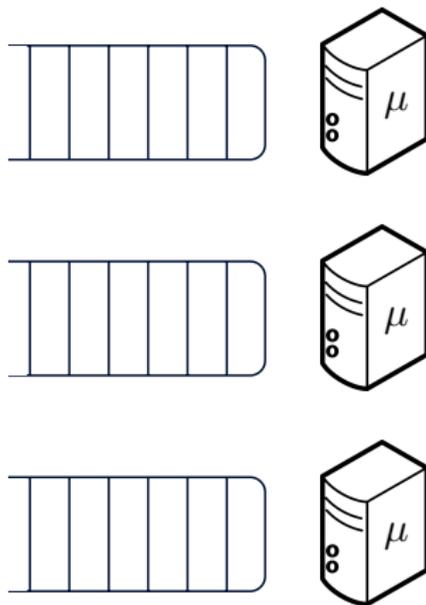
# Cluster de serveurs

$N = 3$  machines



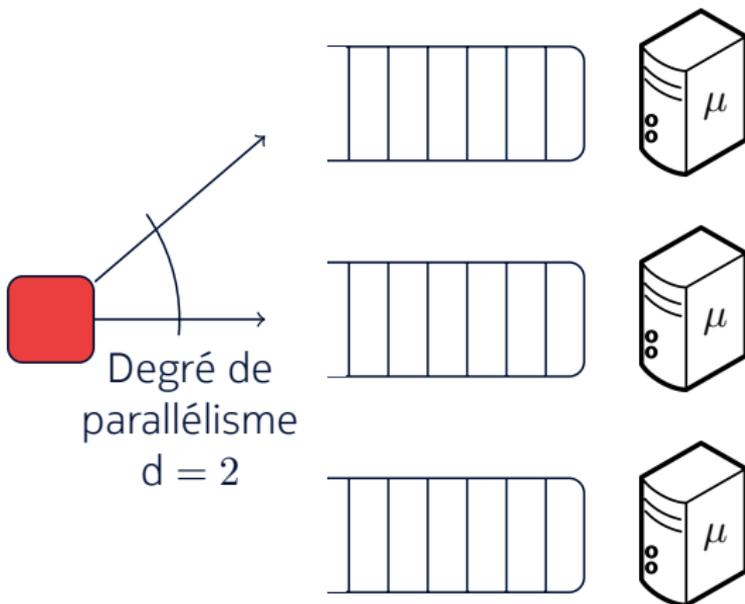
# Cluster de serveurs

$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs

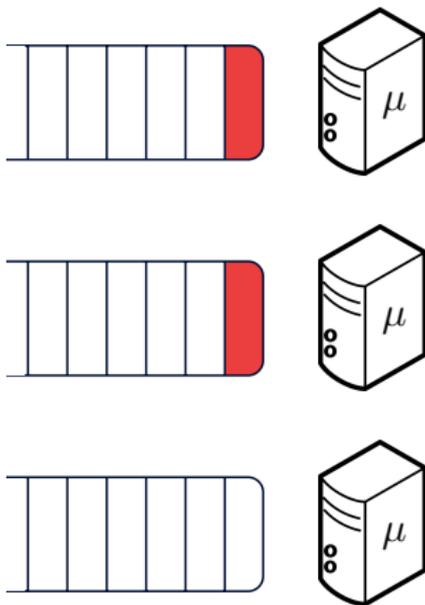
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



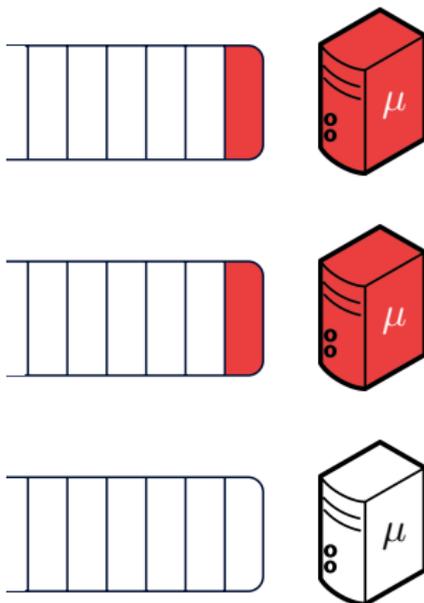
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



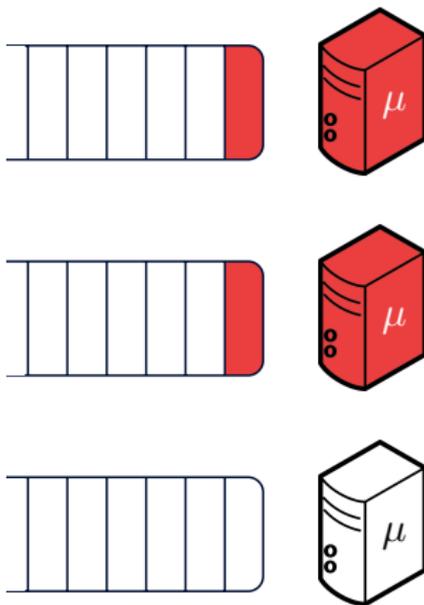
$N = 3$  machines



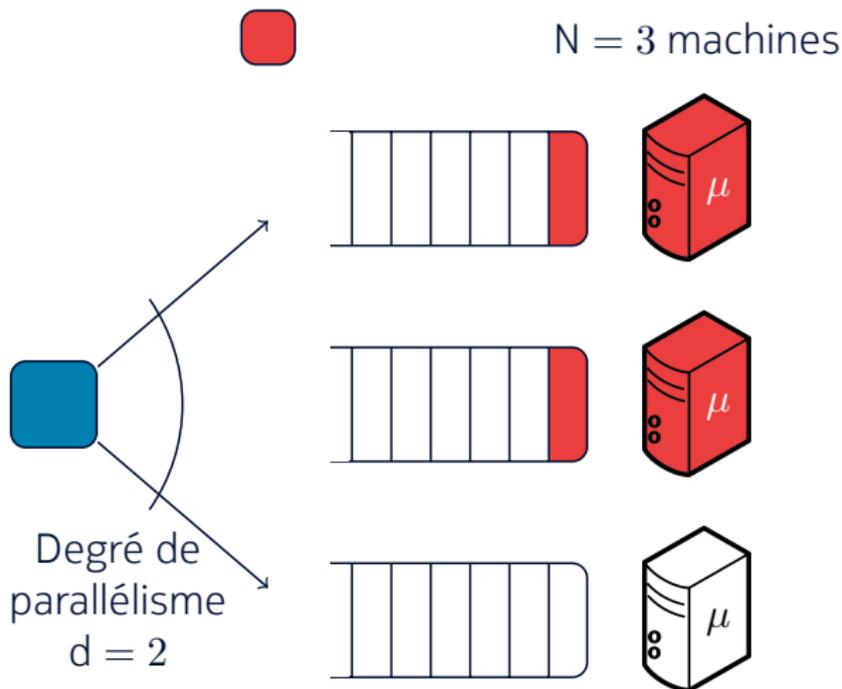
# Cluster de serveurs



$N = 3$  machines



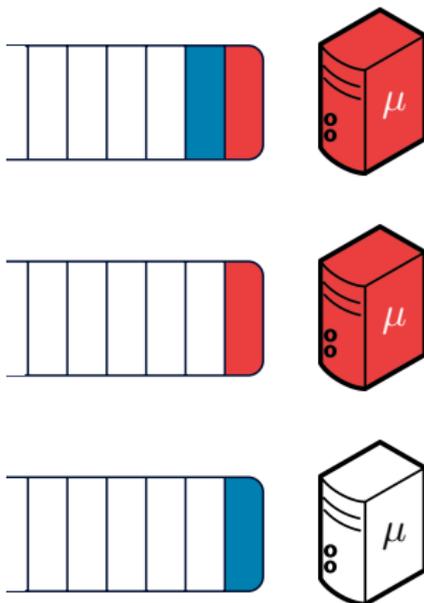
# Cluster de serveurs



# Cluster de serveurs



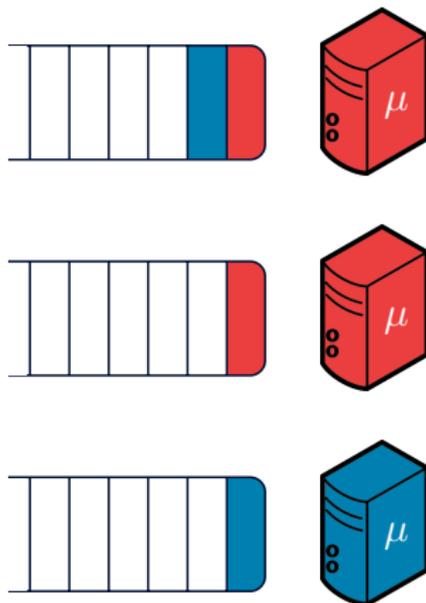
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



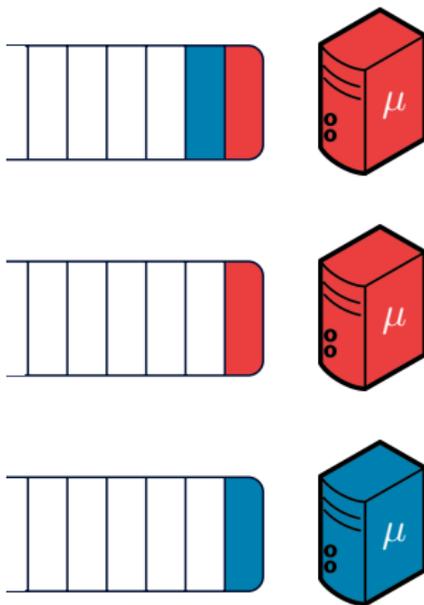
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



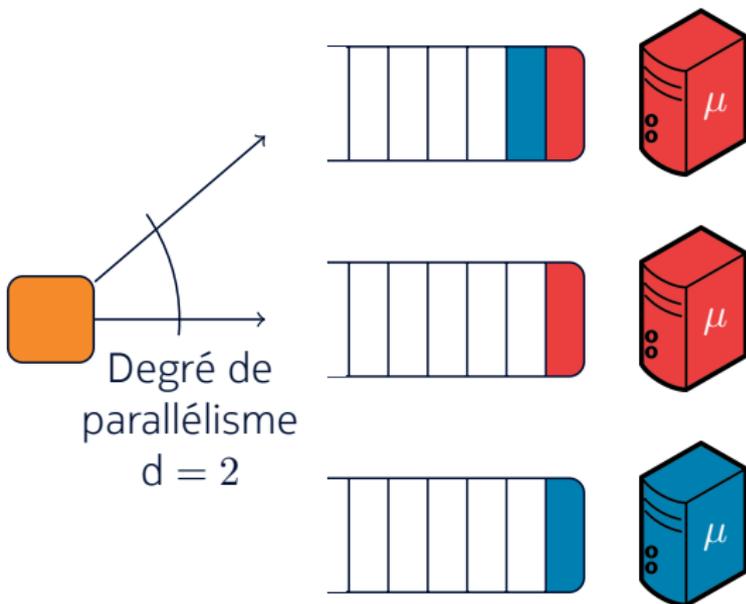
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



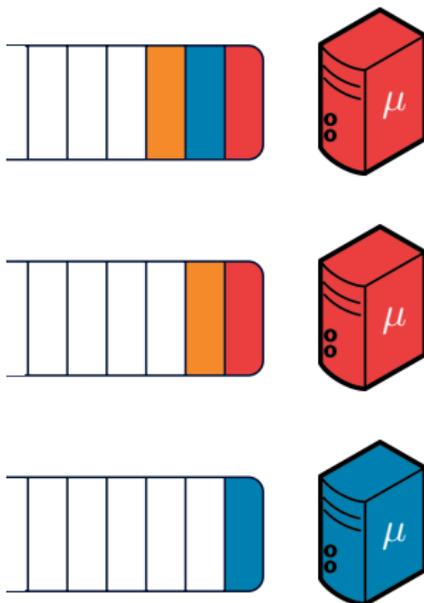
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



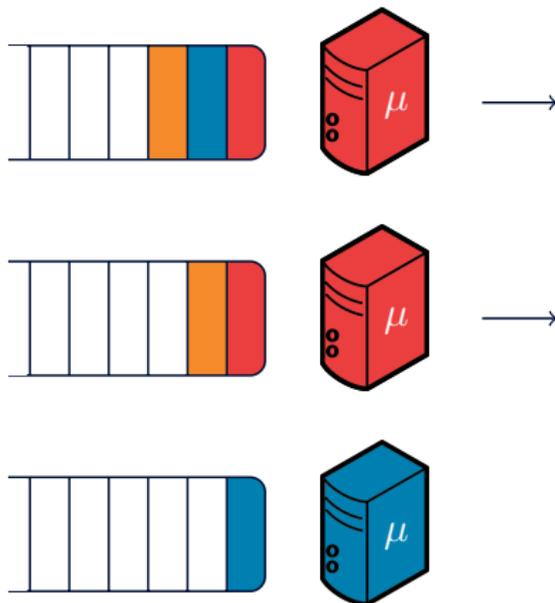
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



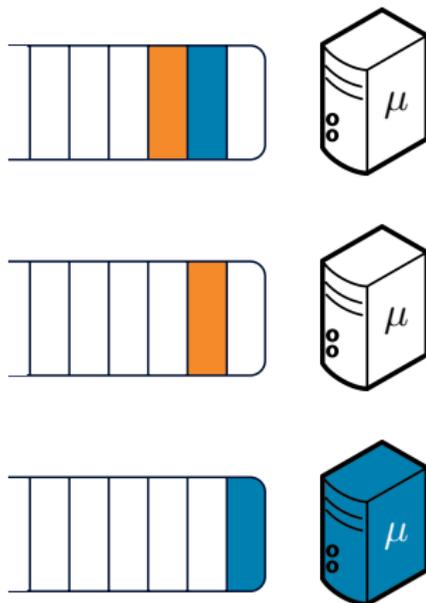
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



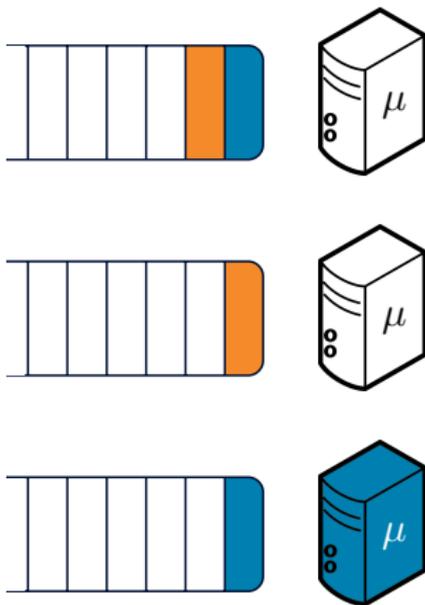
$N = 3$  machines



# Cluster de serveurs



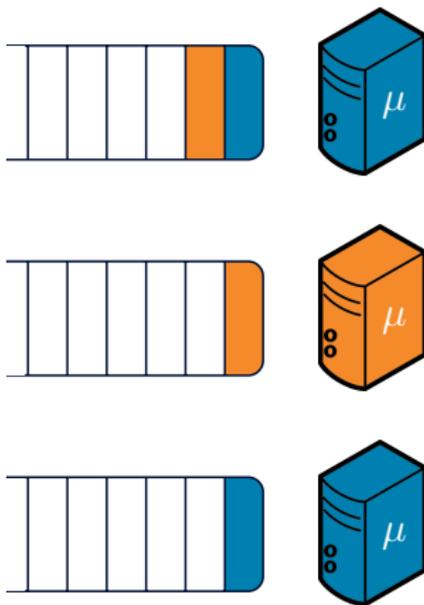
$N = 3$  machines



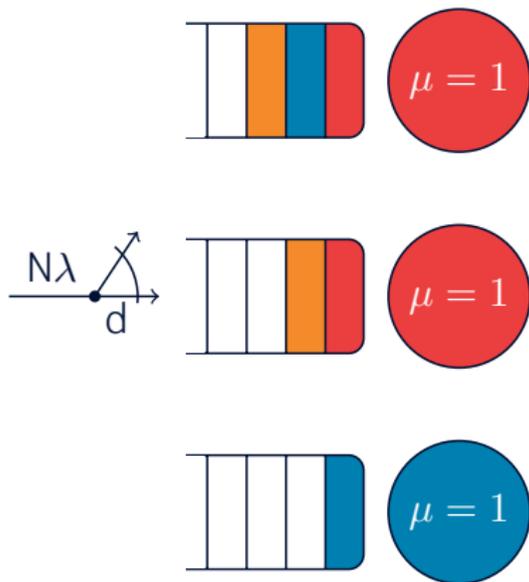
# Cluster de serveurs



$N = 3$  machines

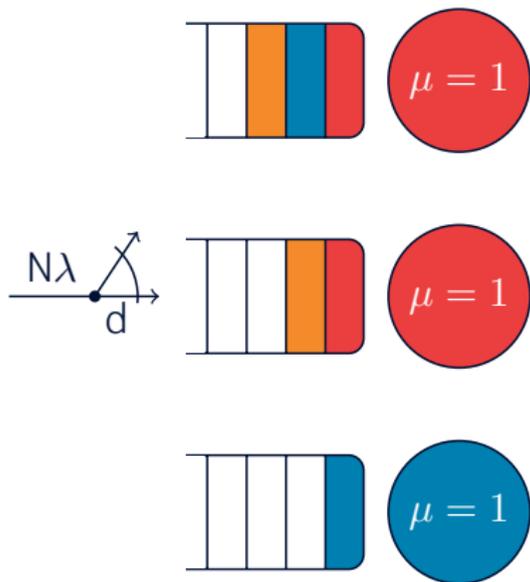


# Modèle de file d'attente multi-serveur



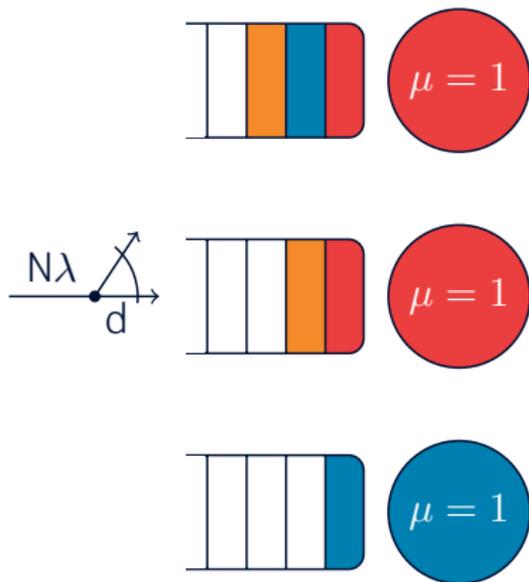
- Gardner et al. (2016)

# Modèle de file d'attente multi-serveur



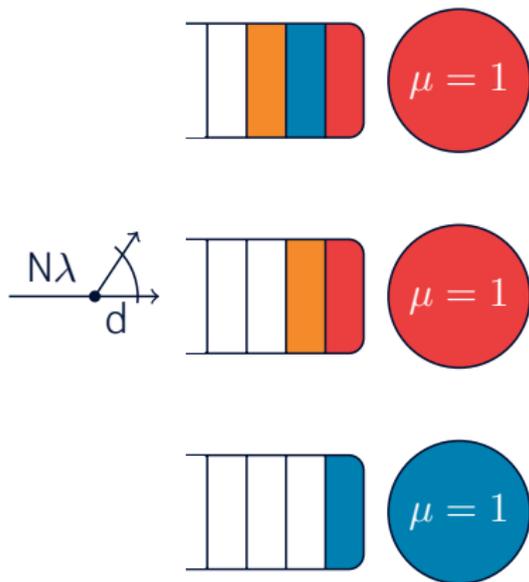
- Gardner et al. (2016)
- Hypothèses
  - Arrivées Poissonniennes
  - Tailles exponentielles de moyenne unitaire
  - Parallélisme parfait

# Modèle de file d'attente multi-serveur



- Gardner et al. (2016)
- Hypothèses
  - Arrivées Poissonniennes
  - Tailles exponentielles de moyenne unitaire
  - Parallélisme parfait
- Charge  $\rho = \frac{N\lambda}{N\mu} = \frac{\lambda}{\mu}$

# Modèle de file d'attente multi-serveur

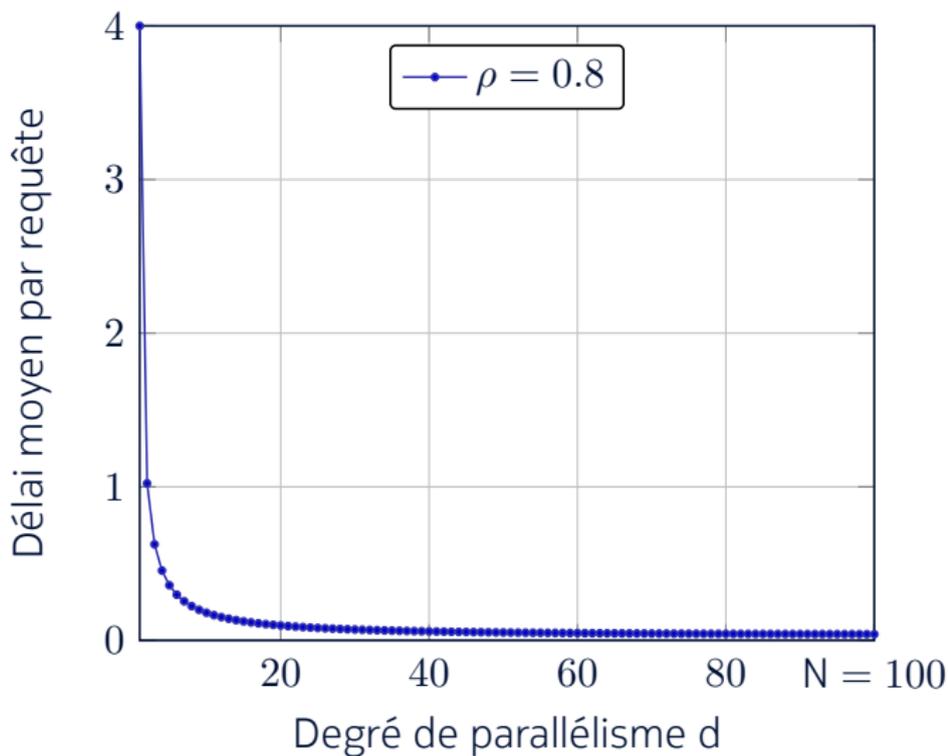


- Gardner et al. (2016)
- Hypothèses
  - Arrivées Poissonniennes
  - Tailles exponentielles de moyenne unitaire
  - Parallélisme parfait

- Charge  $\rho = \frac{N\lambda}{N\mu} = \frac{\lambda}{\mu}$

- (Délai moyen par requête)  $= \frac{1}{N\mu} \sum_{n=d}^N \frac{1}{\frac{\binom{N-1}{d-1}}{\binom{n-1}{d-1}} - \rho}$

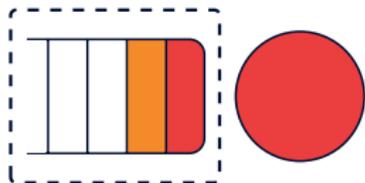
# Délai moyen par requête



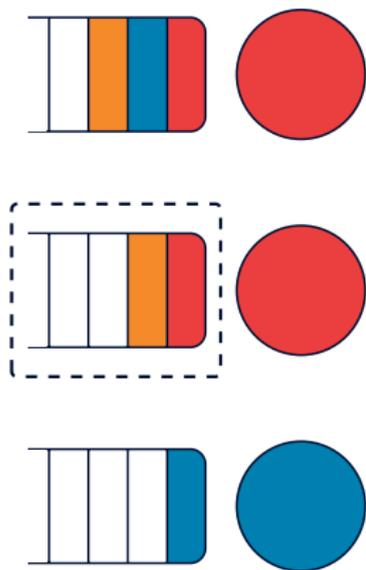
# Nombre moyen de requêtes par machine



# Nombre moyen de requêtes par machine



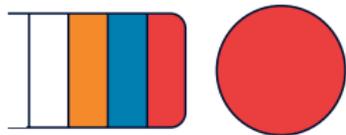
# Nombre moyen de requêtes par machine



Loi de Little :

$$\left( \begin{array}{c} \text{Nombre moyen} \\ \text{de requêtes} \\ \text{par machine} \end{array} \right) = d\lambda \times \left( \begin{array}{c} \text{Délai moyen} \\ \text{par requête} \end{array} \right)$$

# Nombre moyen de requêtes par machine



Loi de Little :

$$\left( \begin{array}{c} \text{Nombre moyen} \\ \text{de requêtes} \\ \text{par machine} \end{array} \right) = d\lambda \times \left( \begin{array}{c} \text{Délai moyen} \\ \text{par requête} \end{array} \right)$$

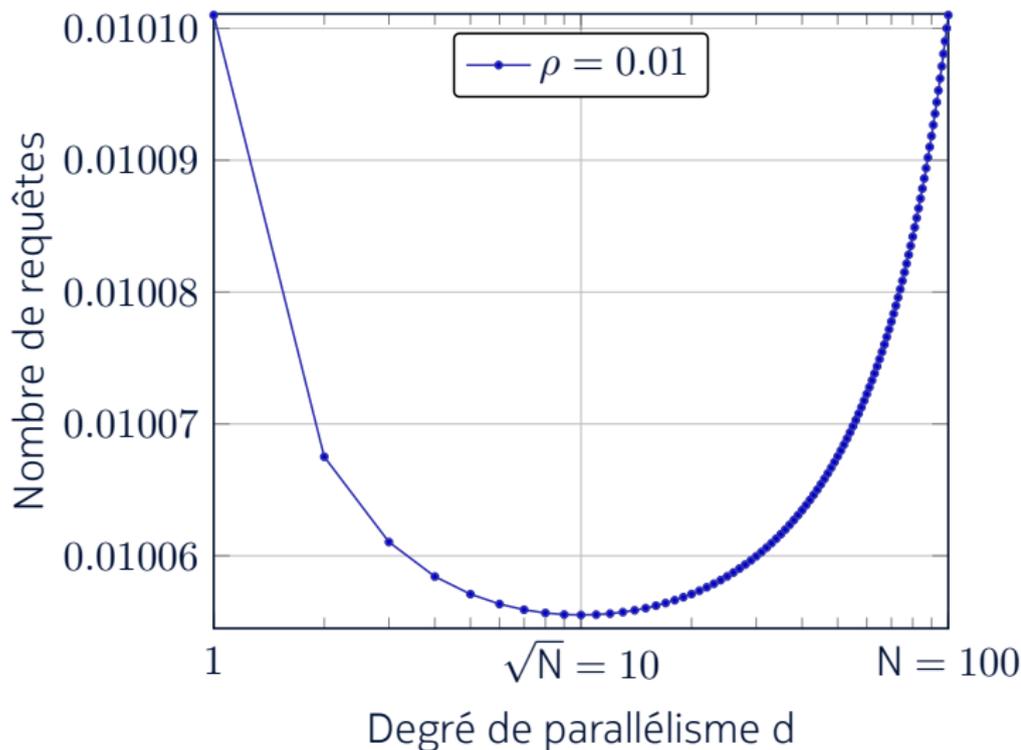


Minimiser cette métrique :

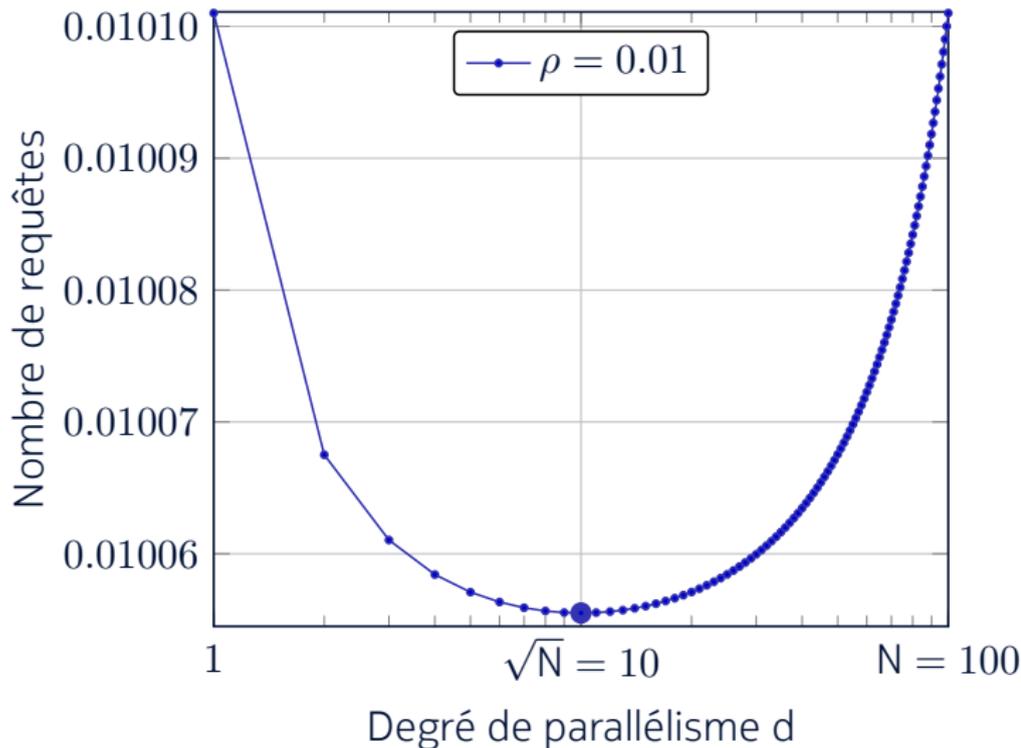
- Traiter les requêtes rapidement
- Éviter les répliquions inutiles



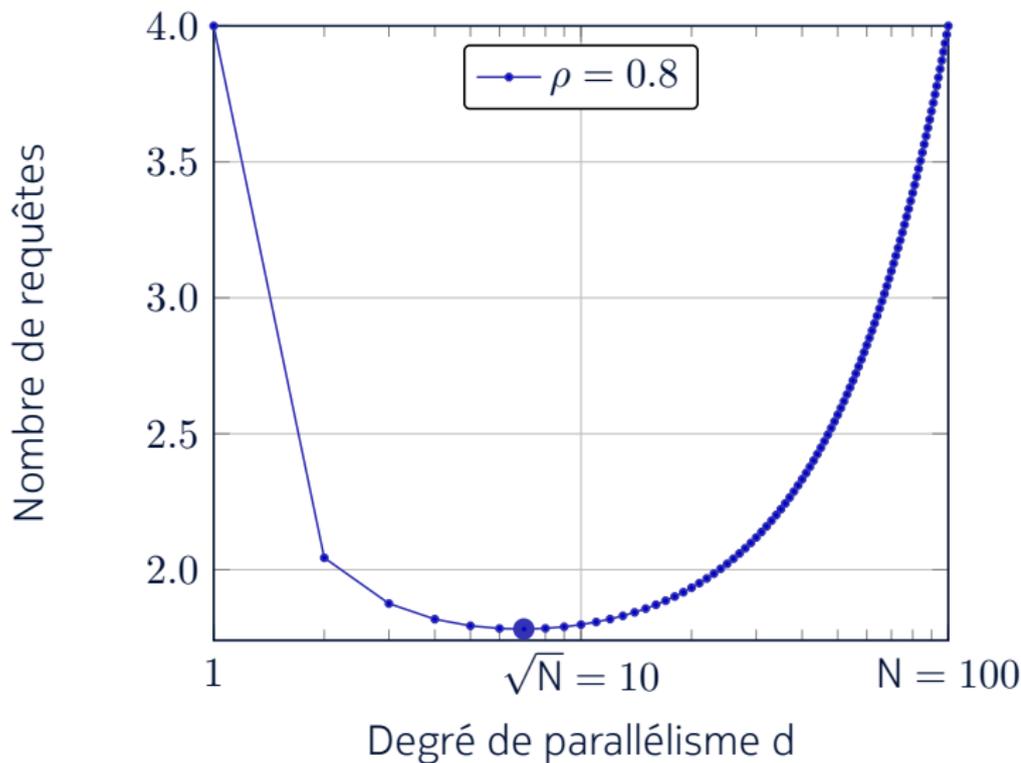
# Taille moyenne de la file par machine



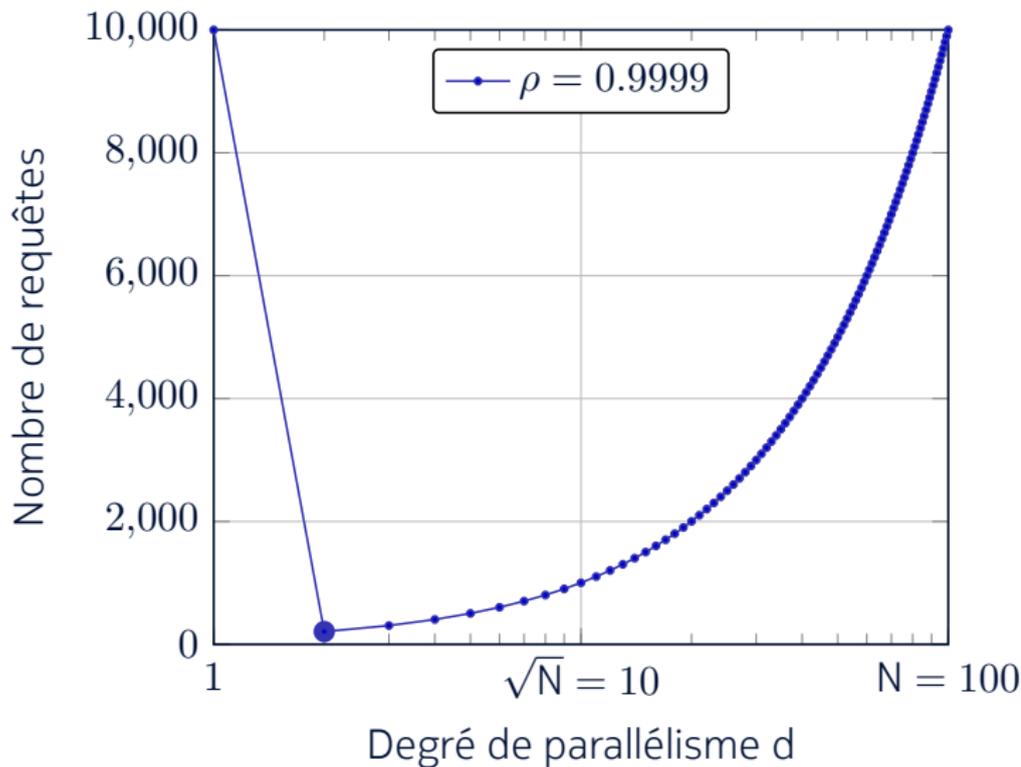
# Taille moyenne de la file par machine



# Taille moyenne de la file par machine



# Taille moyenne de la file par machine

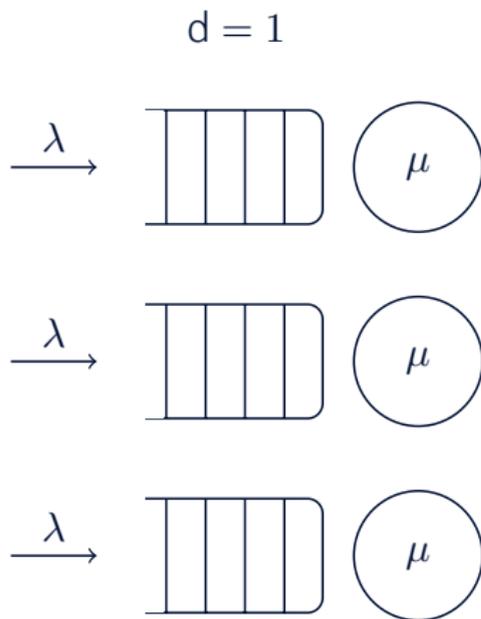


# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps

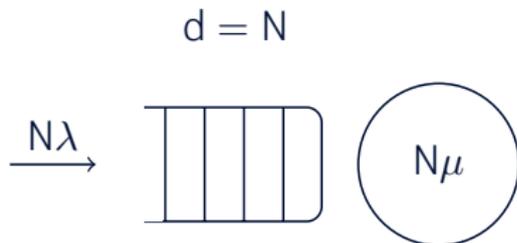
# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps



# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps



# Résultats théoriques

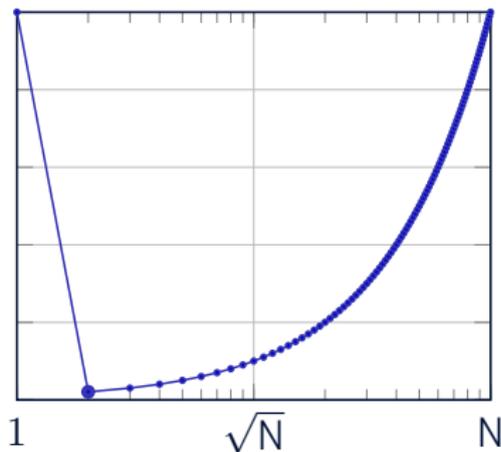
- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps

# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps
- À très forte charge :  
 $d = 2$  est optimal

# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps
- À très forte charge :  
 $d = 2$  est optimal



# Résultats théoriques

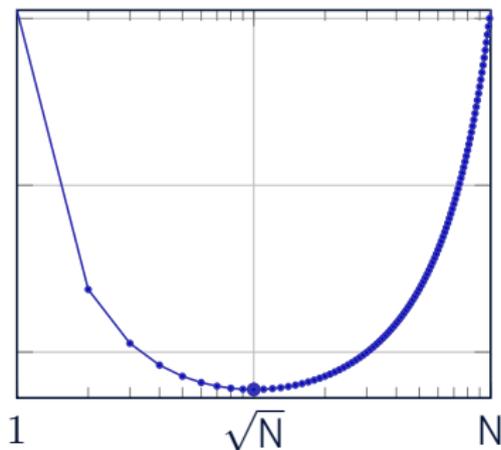
- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps
- À très forte charge :  
 $d = 2$  est optimal

# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps
- À très forte charge :  
 $d = 2$  est optimal
- À très faible charge :  
 $d = \sqrt{N}$  est optimal

# Résultats théoriques

- Pire cas :  $d = 1$  et  $d = N$   
Équivalents à différentes échelles de temps
- À très forte charge :  
 $d = 2$  est optimal
- À très faible charge :  
 $d = \sqrt{N}$  est optimal



# Intuition à très faible charge



Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$



# Intuition à très faible charge

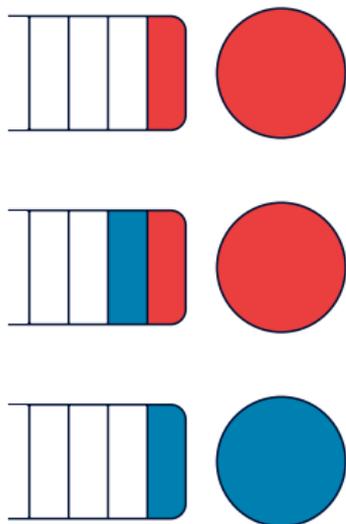


Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$

- 1 requête : d machines actives



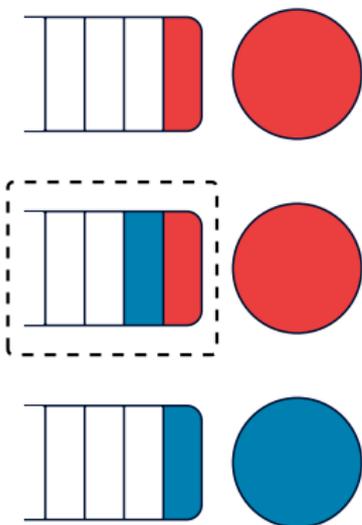
# Intuition à très faible charge



Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$

- 1 requête :  $d$  machines actives
- 2 requêtes :  $d \times \frac{d}{N} = \frac{d^2}{N}$  collisions

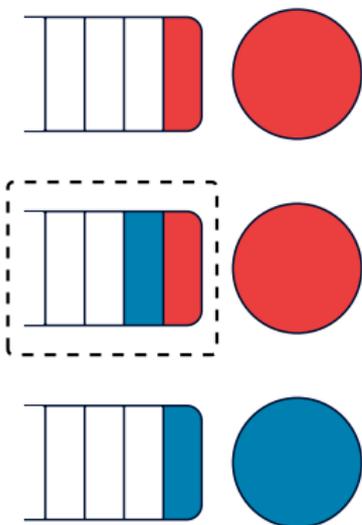
# Intuition à très faible charge



Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$

- 1 requête :  $d$  machines actives
- 2 requêtes :  $d \times \frac{d}{N} = \frac{d^2}{N}$  collisions

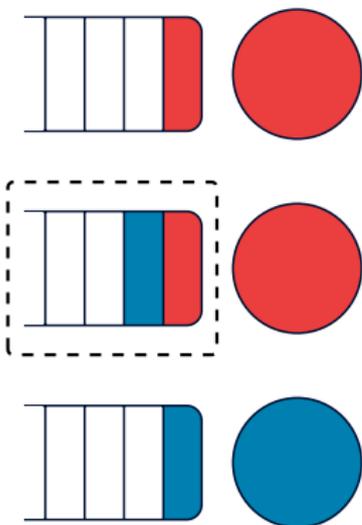
# Intuition à très faible charge



Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$

- 1 requête :  $d$  machines actives
- 2 requêtes :  $d \times \frac{d}{N} = \frac{d^2}{N}$  collisions
- 3 requêtes ou plus : très rare

# Intuition à très faible charge



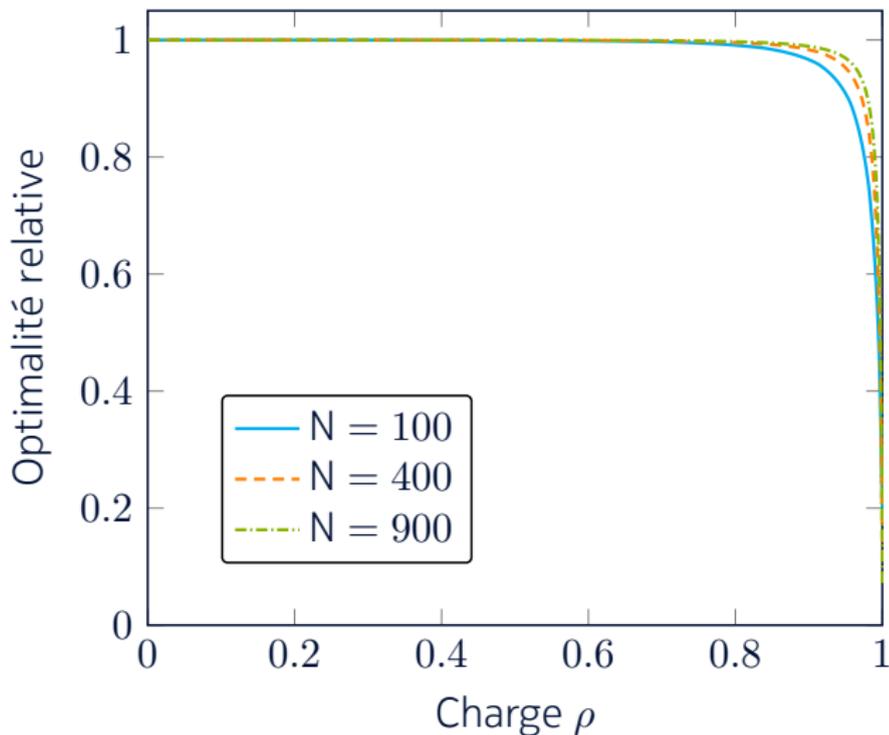
Lorsque  $\rho \ll \frac{d}{N}$

- 1 requête :  $d$  machines actives
- 2 requêtes :  $d \times \frac{d}{N} = \frac{d^2}{N}$  collisions
- 3 requêtes ou plus : très rare

Synthèse

- $d \ll \sqrt{N}$  : sous-utilisation
- $d \gg \sqrt{N}$  : trop de collisions

# Optimalité de $d = \sqrt{N}$ à plus forte charge



# Conclusion

- Cluster de serveurs avec traitement en parallèle
- Nombre moyen de requêtes par machine
- Degré de parallélisme optimal
  - 2 à charge extrêmement élevée
  - $\sqrt{N}$  à très faible charge
- Travaux futurs
  - Preuve de l'optimalité de  $\sqrt{N}$  à charge intermédiaire
  - Meilleure compréhension du phénomène