Automatique: Commande des Systèmes Linéaires

- Introduction -

Carolina ALBEA-SANCHEZ, MC Université de Toulouse
LAAS-CNRS, Toulouse, France
05 61 33 78 15, calbea@laas.fr

Objectifs du cours

Automatique?

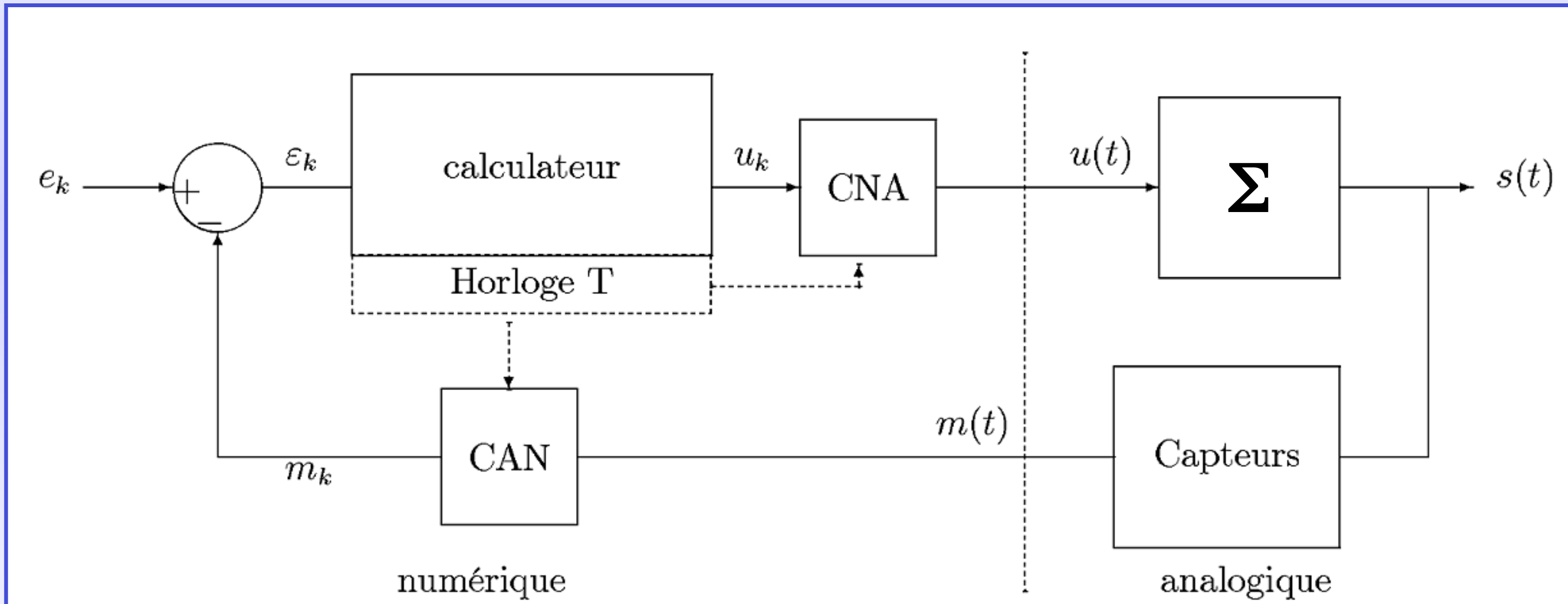
- Quoi? : **Identification et modélisation** des systèmes dynamiques linéaires à temps continu.

- Pourquoi? : Performances (stabilité, précision, robustesse) en **analyse et/ou synthèse**.

- Comment on faire? : Elaboration / **synthèse de lois de commande** pour la régulation / l'asservissement

Introduction

Faire un asservissement:



I. Zambettakis

Attention: Automatique analogique ≠ Automatique numérique

Introduction

- Modèles de systèmes dynamiques continus:
- - Identification paramétrique de modèles

  - Equations différentielles ordinaires

  - Fonction de transfert

  - Stabilité, précision, performances des modèles

  - Représentation d'état, cas des systèmes multivariables

Introduction

↳ Synthèses de lois de commande:

- Méthodes du Temps continu
  - * P, PI, PD, PID…
  - * correcteur avance de phase,
  - * correcteur retard de phase,
  - * Commande des systèmes multivariables (retour d'état),
  - * Autres méthodes spécifiques.

Ce qui veut dire…

- Représentation des systèmes LTI (Linéaire à temps invariant):
  - Equations différentielles
  - Fonction de transfert
  - Espace d'état
- Outils mathématiques
  - Résolution équation différentiel
  - Transformée de Laplace
- Analyse des systèmes LTI:
  - Réponses impulsionnelle, indicielle, fréquentielle
  - Stabilité (pôles, marges, critères algébriques)
  - Précision (erreur de position, traînage)
- Synthèse de correcteurs pour des systèmes LTI:
  - P, PI, PD, PID, Avance / Retard de phase
  - Prédicteur de Smith (Systèmes à retard pur)
  - Commande par retour d'état

Contenu et volume

LAAS-CNRS

- ✓ Modélisations de systèmes dynamiques à temps continus
- ✓ Analyses de Performances
- ✓ Synthèse de lois de commande

Volume horaire:

Cours – TD: ~20H

+TD MATLAB

+TP

2 Examens écrits

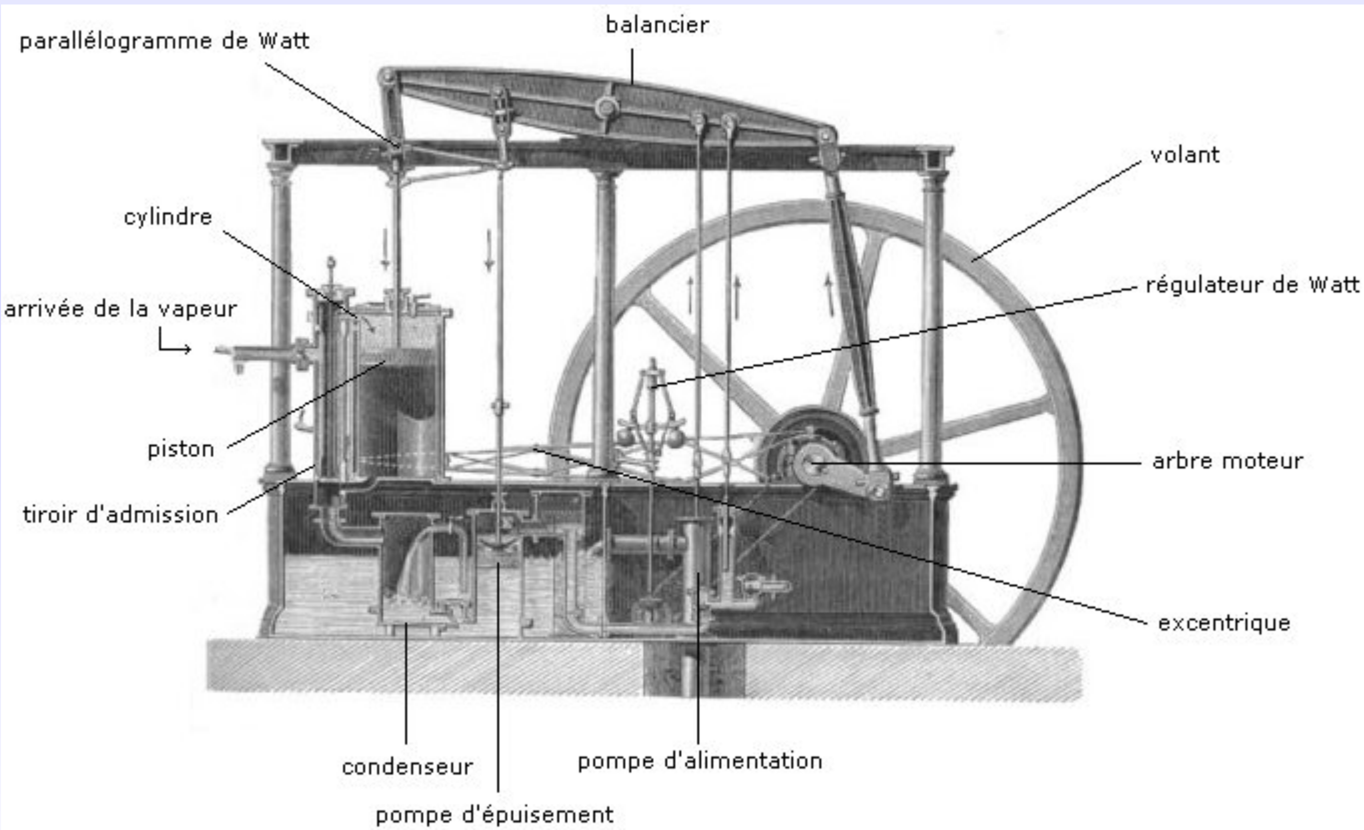
Exemple historique

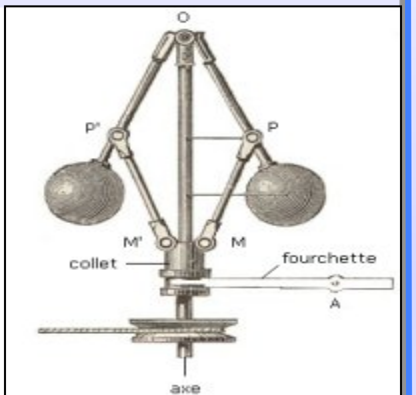
LAAS-CNRS

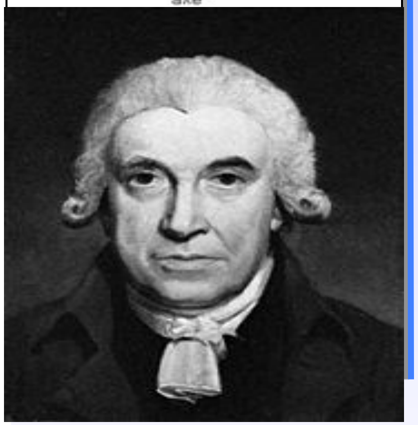
Régulateur de Watt (1788)

→ Première régulation de la vitesse

→ Mise en application sur les machines à vapeur







James Watt
(1736-1819)

Exemples

- **Applications aériennes:**
- → Auto-pilote d'un avion de ligne (Commande robuste, Commande à retour d'état)
- → Auto-pilote d'un avion de chasse (Commande par calculateur)
- → Auto-pilote d'un hélicoptère, lanceur spatial.

- **Applications terrestres:**
- → ABS (*Anti-Blocking System*)
- → ESP (Electronic Stability Program): contrôle de trajectoire
- → Régulateur de vitesse
- → Climatisation automatique
- → Régulation de l'injection moteur

Exemples

↳ **Applications informatiques:**

→ Lecteur CD, DVD, imprimante…

↳ **Applications industrielles:**

→ Robotique (bras robot), domotique (+écolo)…

→ Chaîne d'automatisation de production

→ Asservissement par vision pour les robots, véhicules

→ Régulation de température (douche)

→ Régulation de niveau d'eau

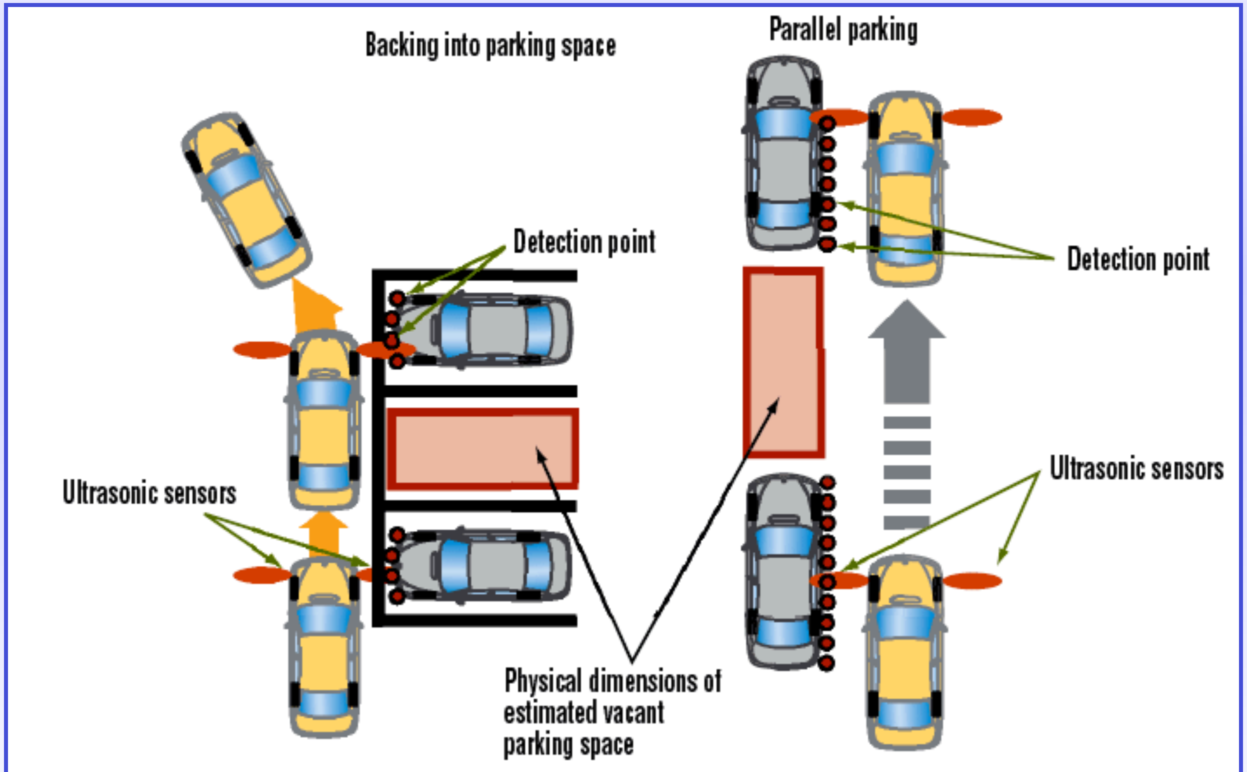
→ Train ou + généralement transports du Futur

→ …

↳ On parle souvent de <u>systèmes embarqués</u>

Exemple

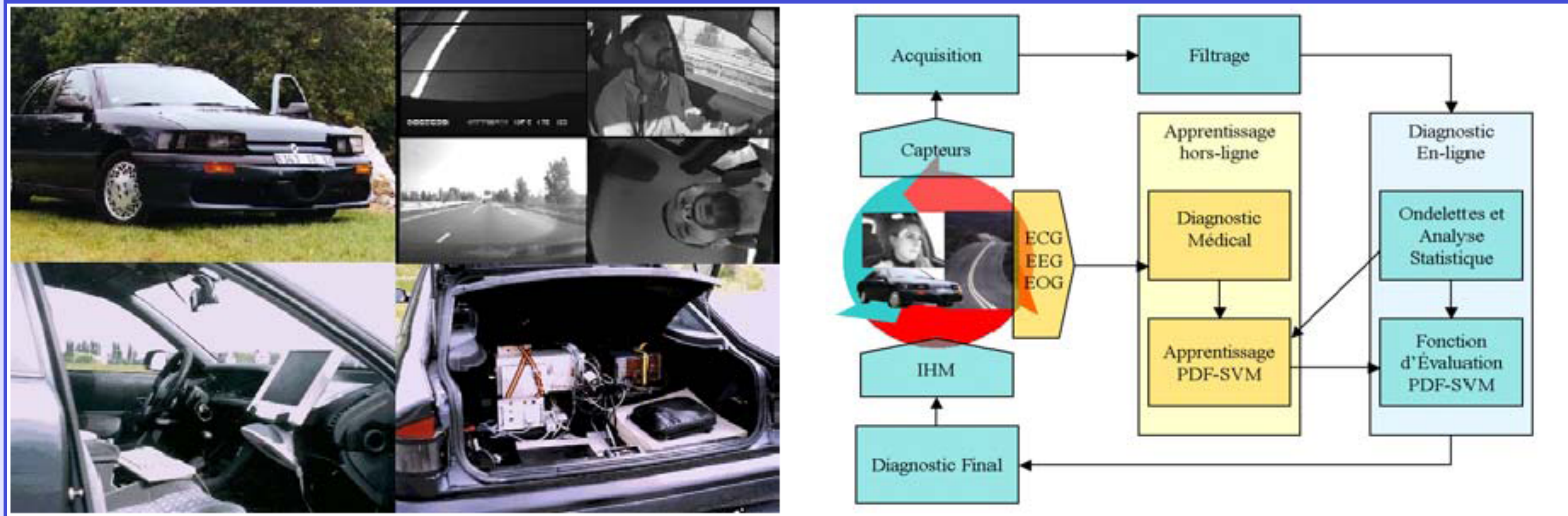
Park4UTM, APGS…:



Lexus' APGS uses ultrasonic sensors to measure parking spaces. It then parks the vehicle automatically.

Exemple

Hypovigilance (LAAS-CNRS):

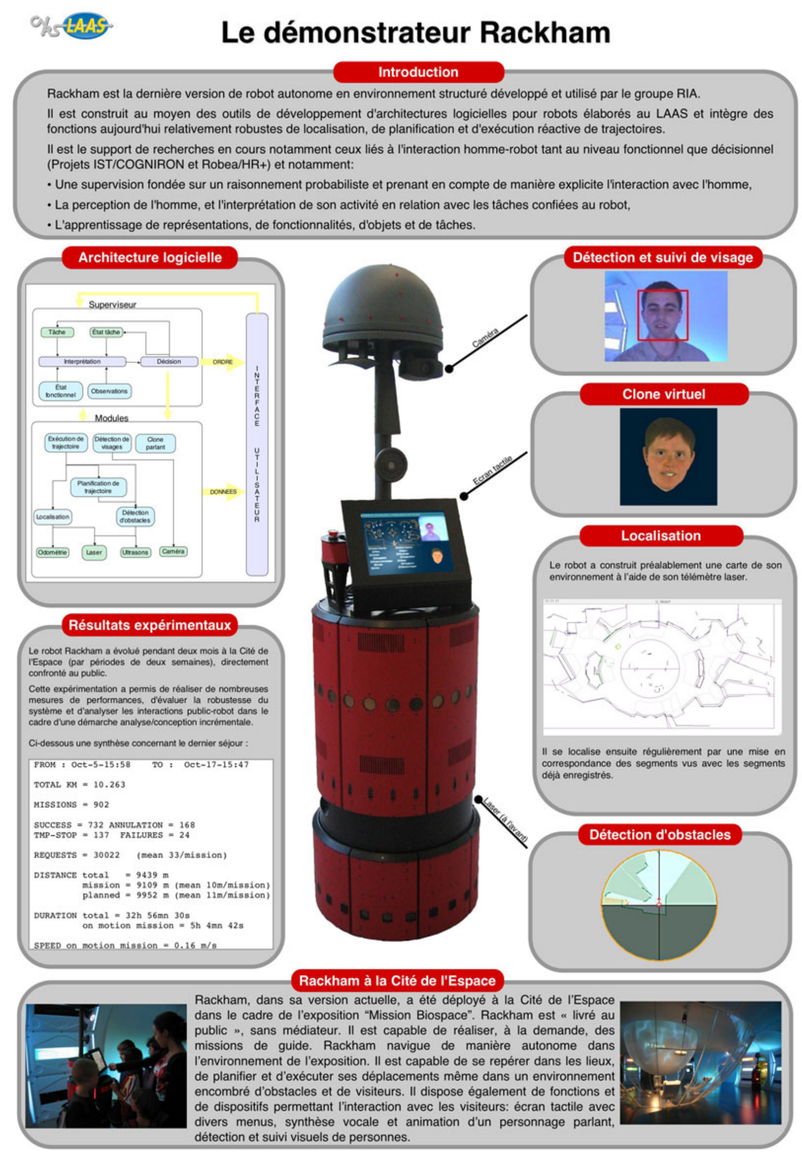


Exemple

↳ Robotique (LAAS-CNRS):

HRP - 2

Dala



Le démonstrateur Rackham

Introduction

Rackham est la dernière version de robot autonome en environnement structuré développé et utilisé par le groupe RIA.

Il est construit au moyen des outils de développement d'architectures logicielles pour robots élaborés au LAAS et intègre des fonctions aujourd'hui relativement robustes de localisation, de planification et d'exécution réactive de trajectoires.

Il est le support de recherches en cours notamment ceux liés à l'interaction homme-robot tant au niveau fonctionnel que décisionnel (Projets IST/COGNIRON et Robea/HR+) et notamment:

- Une supervision fondée sur un raisonnement probabiliste et prenant en compte de manière explicite l'interaction avec l'homme,
- La perception de l'homme, et l'interprétation de son activité en relation avec les tâches confiées au robot,
- L'apprentissage de représentations, de fonctionnalités, d'objets et de tâches.

Architecture logicielle

Détection et suivi de visage

Clone virtuel

Localisation

Le robot a construit préalablement une carte de son environnement à l'aide de son télémètre laser.

Il se localise ensuite régulièrement par une mise en correspondance des segments vus avec les segments déjà enregistrés.

Détection d'obstacles

Résultats expérimentaux

Le robot Rackham a évolué pendant deux mois à la Cité de l'Espace (par périodes de deux semaines), directement confronté au public.

Cette expérimentation a permis de réaliser de nombreuses mesures de performances, d'évaluer la robustesse du système et d'analyser les interactions public-robot dans le cadre d'une démarche analyse/conception incrémentale.

Ci-dessous une synthèse concernant le dernier séjour :

```
FROM : Oct-5-15:58    TO :  Oct-17-15:47

TOTAL KM = 10.263

MISSIONS = 902

SUCCESS = 732 ANNULATION = 168
TMP-STOP = 137  FAILURES = 24

REQUESTS = 30022   (mean 33/mission)

DISTANCE total   = 9439 m
         mission = 9109 m (mean 10m/mission)
         planned = 9952 m (mean 11m/mission)

DURATION total = 32h 56mn 30s
         on motion mission = 5h 4mn 42s

SPEED on motion mission = 0.16 m/s
```

Rackham à la Cité de l'Espace

Rackham, dans sa version actuelle, a été déployé à la Cité de l'Espace dans le cadre de l'exposition “Mission Biospace”. Rackham est « livré au public », sans médiateur. Il est capable de réaliser, à la demande, des missions de guide. Rackham navigue de manière autonome dans l'environnement de l'exposition. Il est capable de se repérer dans les lieux, de planifier et d'exécuter ses déplacements même dans un environnement encombré d'obstacles et de visiteurs. Il dispose également de fonctions et de dispositifs permettant l'interaction avec les visiteurs: écran tactile avec divers menus, synthèse vocale et animation d'un personnage parlant, détection et suivi visuels de personnes.

http://spiderman-2.laas.fr/robots/

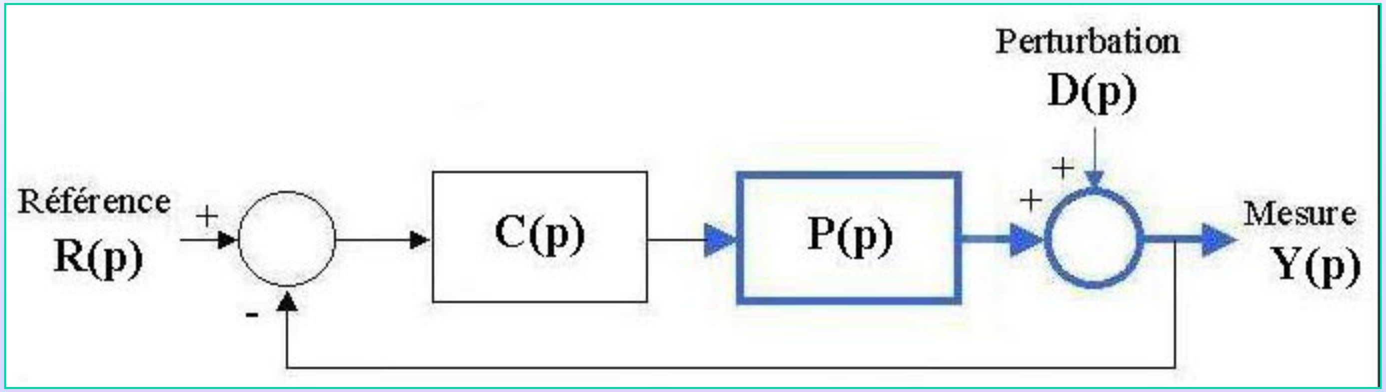
Finalement

L'automatique: Ensemble de disciplines scientifiques et techniques utilisées pour la conception de l'emploi des dispositifs qui fonctionnent sans l'intervention d'un opérateur humain.

- Résolution de problèmes de Génie Electrique et de l'Automatique, c'est-à-dire de la Physique.
- Les mathématiques appliquées à la technologie.
- Utilisation de commande par calculateur / correcteurs analogiques pour le pilotage de procédés (réels).

Finalement

De manière schématique:



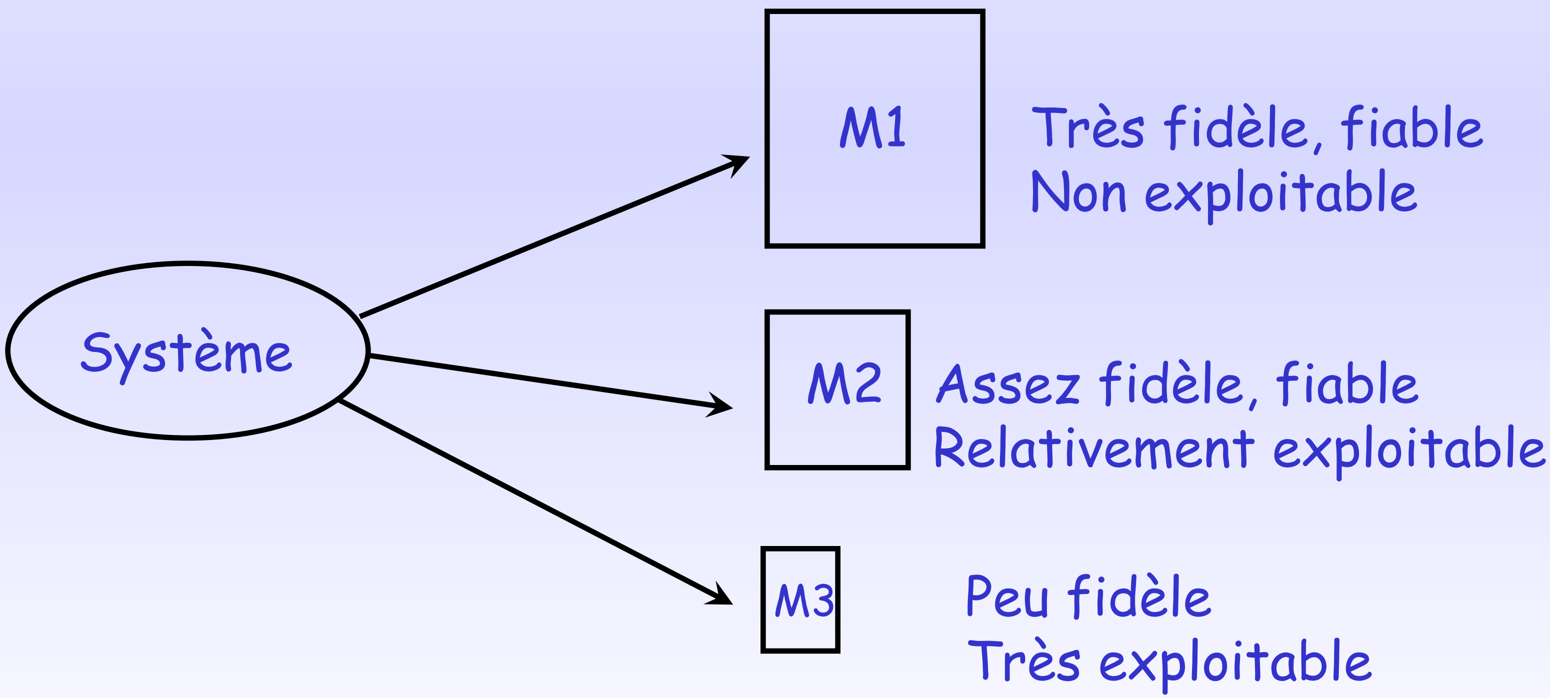
Remarques:

- Un système (ou Procédé): Combinaison d'éléments, d'organes… réunis de manière à former un ensemble assurant une fonction. C'est un dispositif <u>soumis aux lois de la Physique</u>.
- Difficulté de bien représenter le Procédé P par un modèle (déterminer la boîte noire correspondant à nos objectifs).
- Il existe pour 1 Procédé (Système) P, une infinité de modèles.

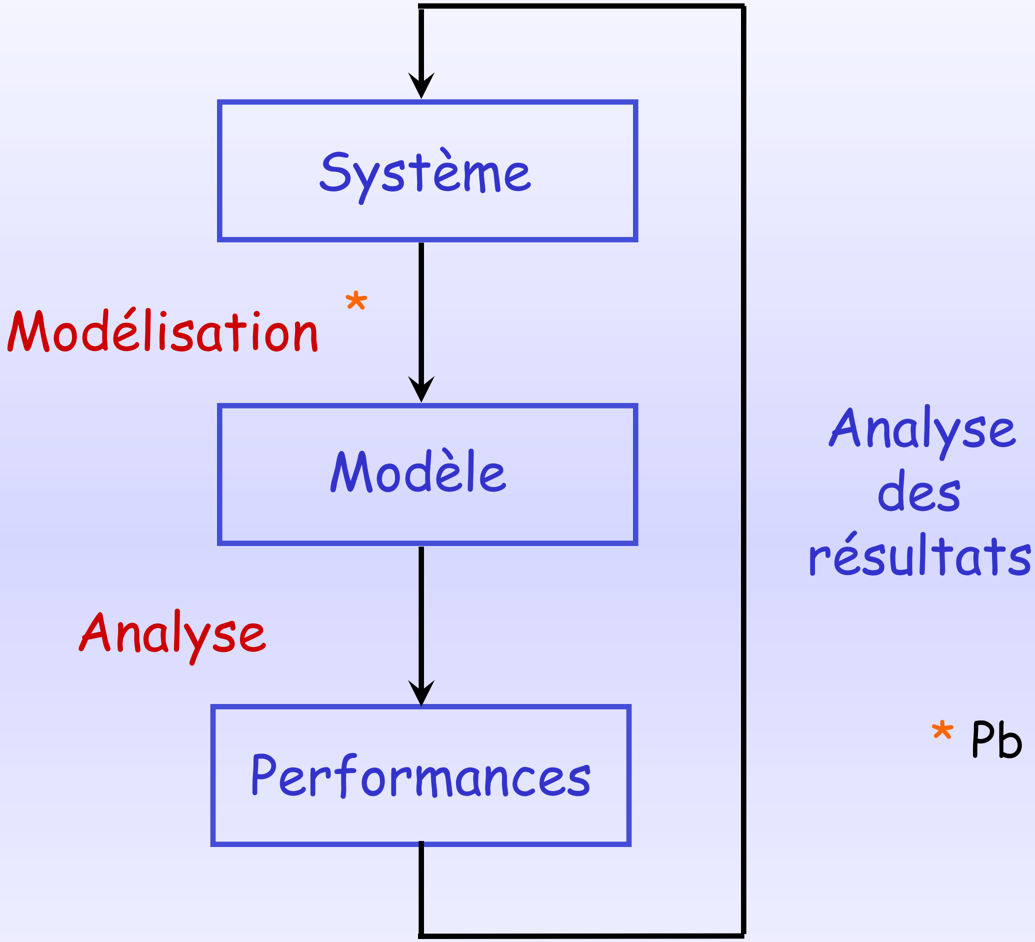
  ↳ Compromis mis en évidence

Finalement

- Question: qu'est-ce qu'un modèle ?
  - Abstraction/représentation d'un système réel
  - Formalisme plus ou moins fidèle et complexe



Finalement

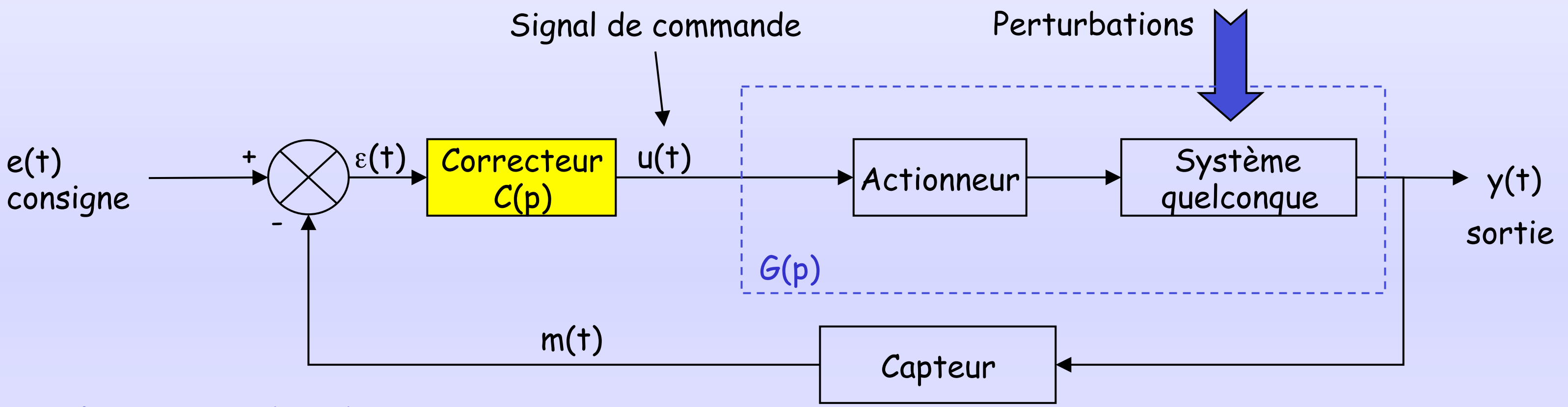


* Pb de mesure

☝ Pour faire un modèle, il faut des outils mathématiques
Analyser, comprendre un phénomène et agir si nécessaire

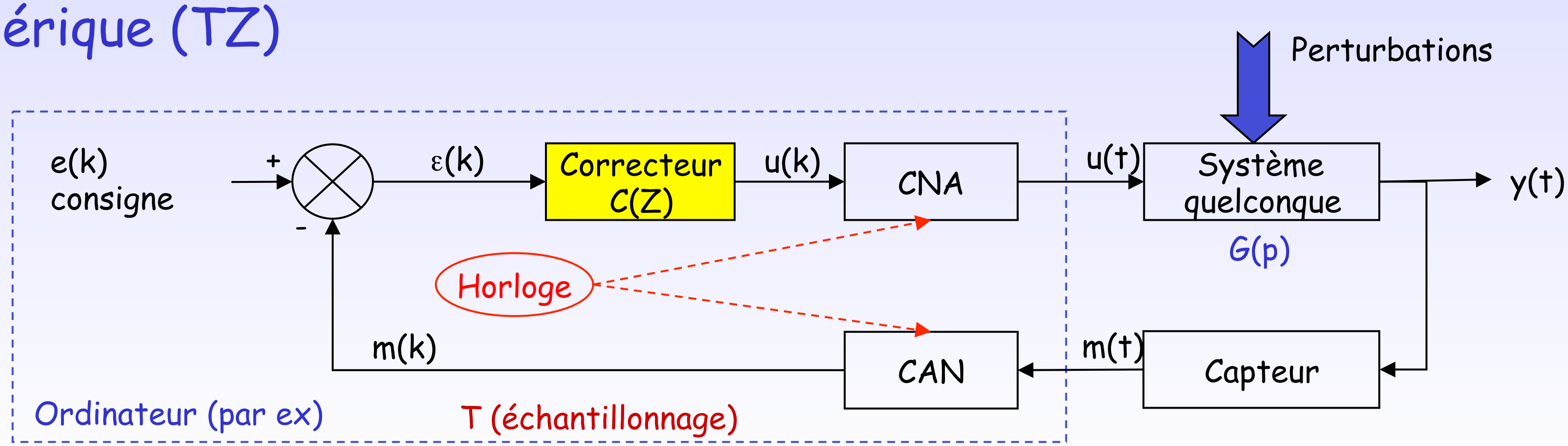
Objectif général

Pour asservir la sortie d'un système à une consigne ⇨ comparer la sortie à la consigne et de corriger le système pour diminuer cet écart consigne-sortie: il faut donc **concevoir le correcteur** pour respecter les **objectives (stabilité, précision, robustesse aux perturbations)**.

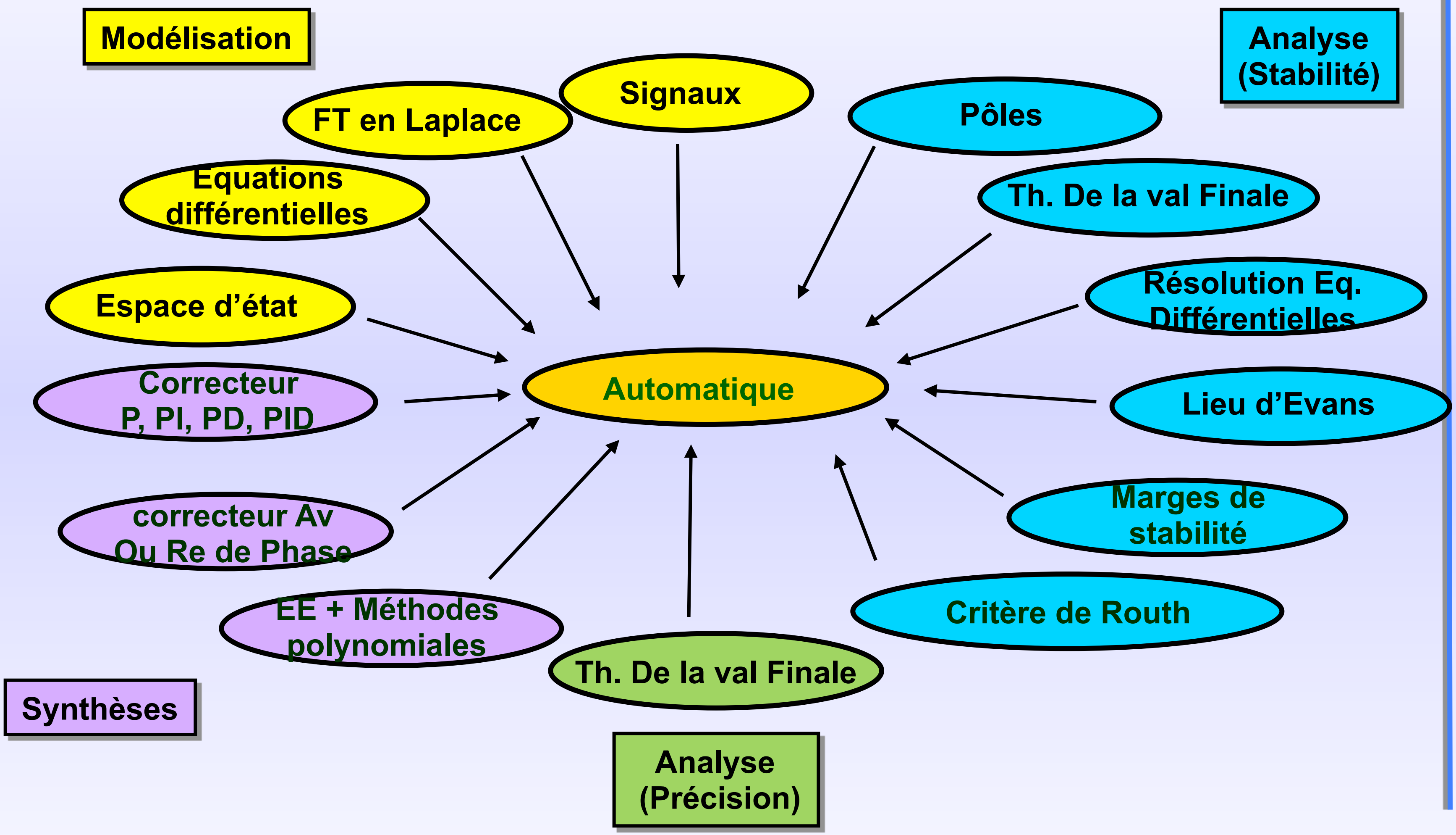


Analogique (TL)

Numérique (TZ)



Vision globale / Automatique



Automatique: Commande des Systèmes Linéaires

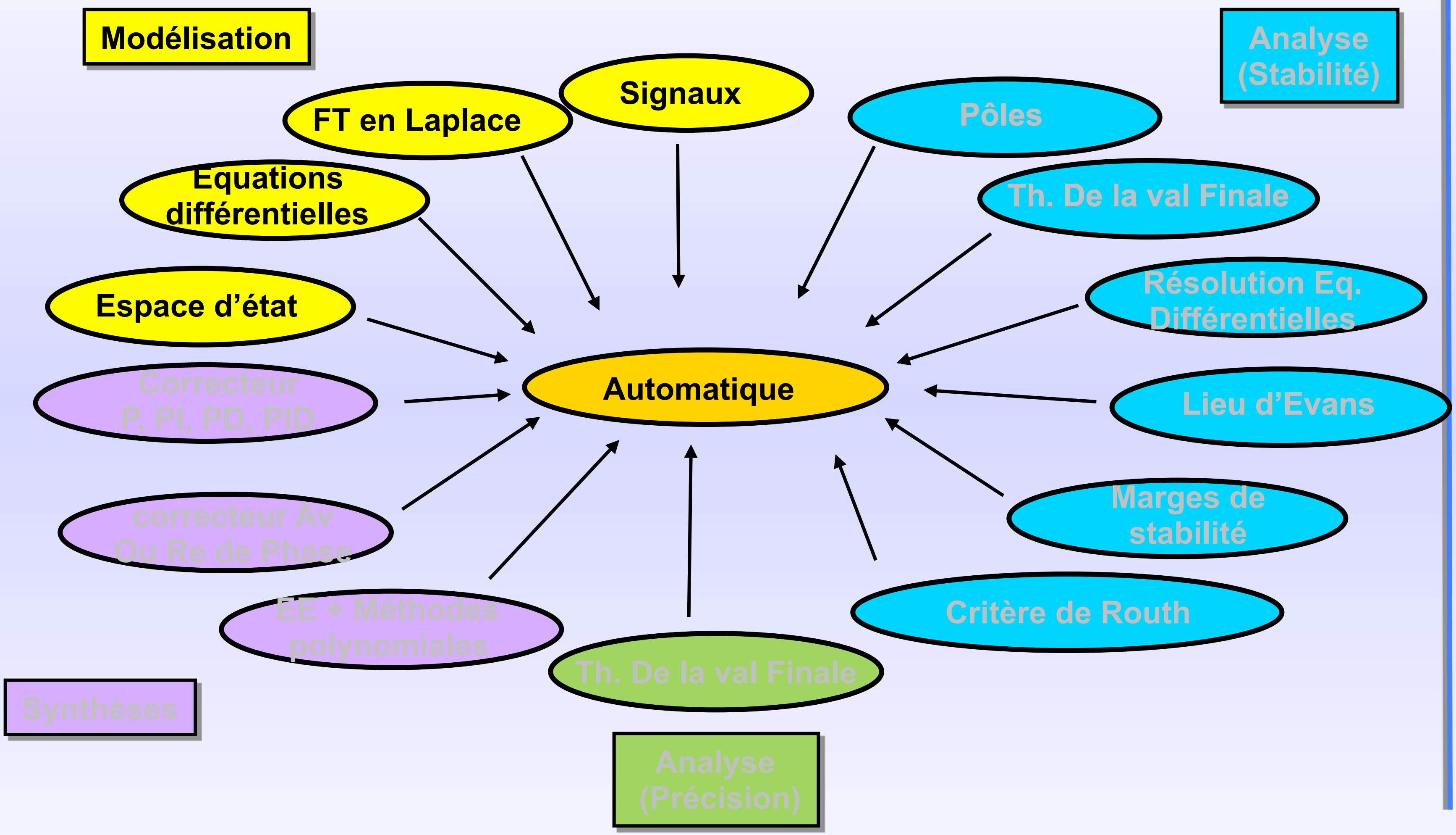
- Modélisation -

Carolina ALBEA-SANCHEZ, MC Université de Toulouse

LAAS-CNRS, Toulouse, France

05 61 33 78 15, calbea@laas.fr

Vision globale / Automatique



Introduction

LAAS-CNRS

- L'étude d'un système nécessite la connaissance :
  - de la **nature** des **signaux** (déterministes, aléatoires, à temps continu, à temps discret…
  - des caractéristiques du système: la nature, l'invariance, la linéarité…

… pour concevoir un modèle « utile »

- Un modèle « utile » obtenu = au moins 75% du travail!

- La construction d'un modèle se fait par deux moyens:
  - A partir de la connaissance a priori du système (= Lois de la Physique) -> Modèle de connaissance
  - A partir d'expériences réalisées sur le système (Identification) -> Modèle de représentation

Introduction

☝ **Que fait-on avec un modèle?**

1) Analyse:
   - Etude du système en BO ou en BF
   - Elaboration des propriétés du système

2) Synthèse:
   - Créer des lois de commande suivant un cahier des charges (CC) en termes de stabilité, de précision, de régulation, de poursuite, de dynamique…

Les signaux

Définition 1: le terme signal $\underline{x}(s,w)$ désigne un ensemble de variables physiques x (dans $\Re^n$) exprimé en fonction du vecteur $\underline{w}$ indiquent que le signal peut-être stochastique.

Définition 2: Les signaux sont caractérisés en deux catégories, les S. déterministes et les S. aléatoires. (Dans ce cours: S. déterministes)

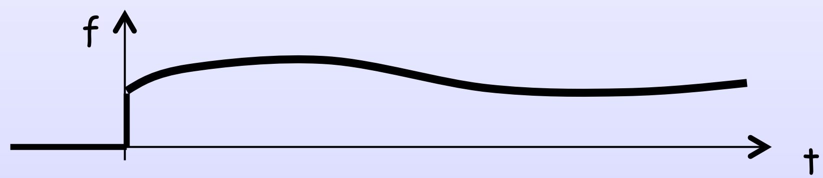
Définition 3: Les différents types d'un signal :

- Signal à tps continu (TC)
- Signal à tps discret (TD)
- Signal à valeurs continues (VC)
- Signal à valeurs discrètes (VD)

Les signaux: les états

1 Signal analogique

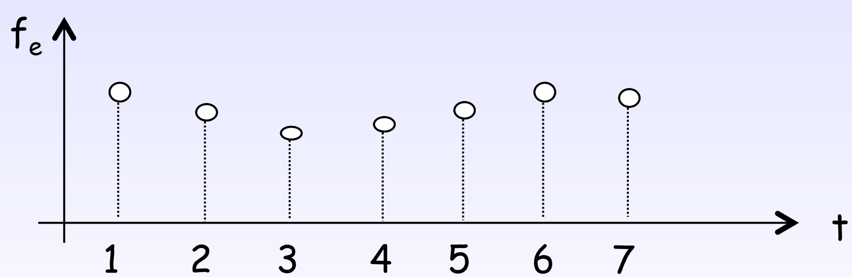
Il est représenté par une fonction continue *f(t)* de la variable continue *t* (*f* et *t* prenant leurs valeurs dans $\Re$).



2 Signal échantillonné

Il est obtenu à partir d'un signal analogique par discrétisation de la variable générique t. C'est donc une suite de valeur *f(kT)* prélevée sur *f(t)* aux instants *t=kT* (*k* est entier et *T* période d'échantillonnage)

Symbole de l'opération échantillonnage : f(t) $\xrightarrow{T}$ $f(kT)$, $f_e(t)$, f_k



Les signaux: les états

3 Signal numérique

c'est une suite de nombres obtenue à partir d'un signal échantillonné après discrétisation de l'amplitude *f(kT)* de l'échantillon (c'est donc le nombre mis en mémoire dans l'ordinateur). *f(kT)* ne peut prendre qu'une suite de valeurs séparées du pas de quantification *q*. L'exemple le plus courant est celui des signaux délivrés par un convertisseur analogique-numérique (CAN) et traités ensuite par un ordinateur.

Le modèle mathématique du signal numérique est le même que celui du signal échantillonné.

4 Signal quantifié (Convertisseur Numérique Analogique CNA)

C'est le signal obtenu après le convertisseur numérique analogique. Il peut être obtenu aussi à partir de *f(t)* après quantification de l'amplitude de *f* au pas *q* (troncature, arrondi, ….).

Les signaux: les états

En résumé:

Blocage

Echantillonnage

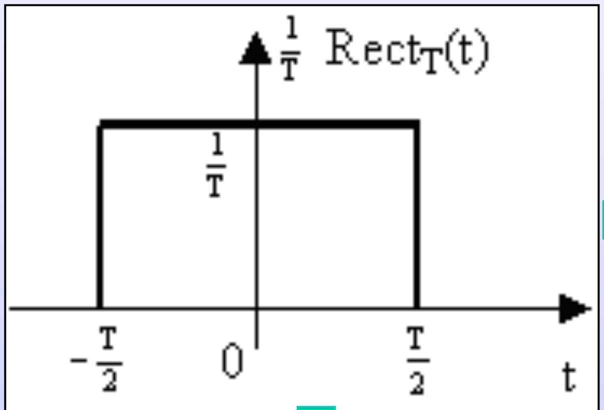
t / f(t)	Continu (TC)	Discret (TD)
Continu (VC)	Analogique	Echantillonné
Discret (VD)	Quantifié (CNA)	Numérique (CAN)

Quantification

(Dans ce cours: S. à TC et à VC (= Signaux analogiques))

Les signaux particuliers à TC

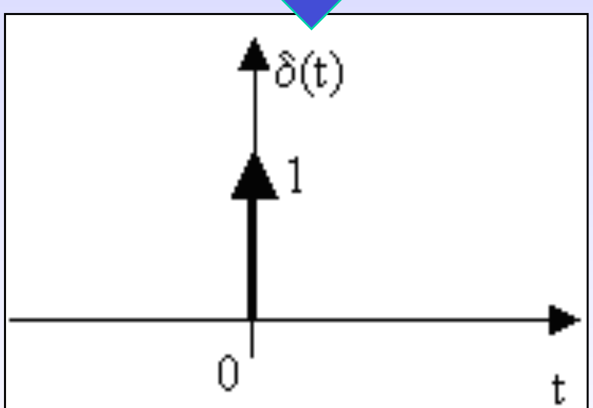
1) Impulsion de Dirac

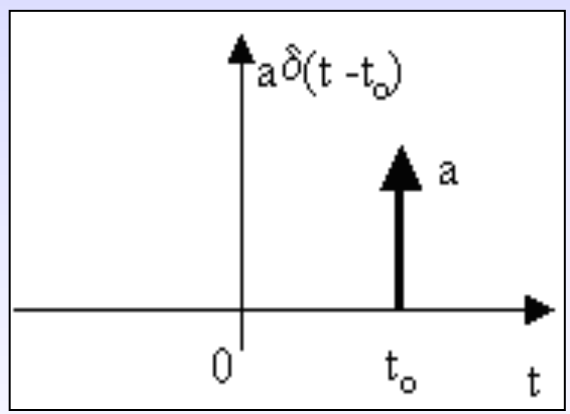


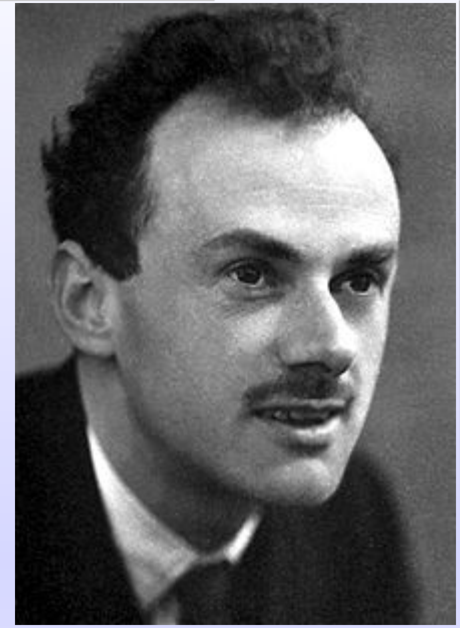
$$\lim_{T \to 0} \frac{1}{T} \mathrm{Rect}_T(t) = \delta(t)$$

et donc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$

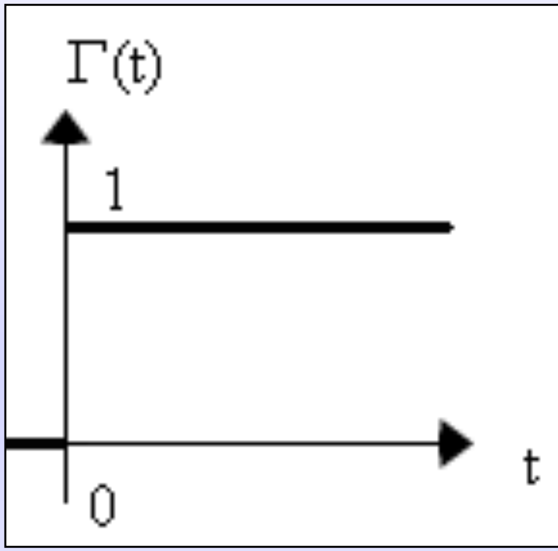






Paul Dirac (1902 – 1984, Nobel de Physique, 1933)

2) Echelon unité (ou de Heaviside)



$$\Gamma(t) = \begin{cases} 1 & \forall \quad t \geq 0 \\ 0 & \forall \quad t < 0 \end{cases}$$

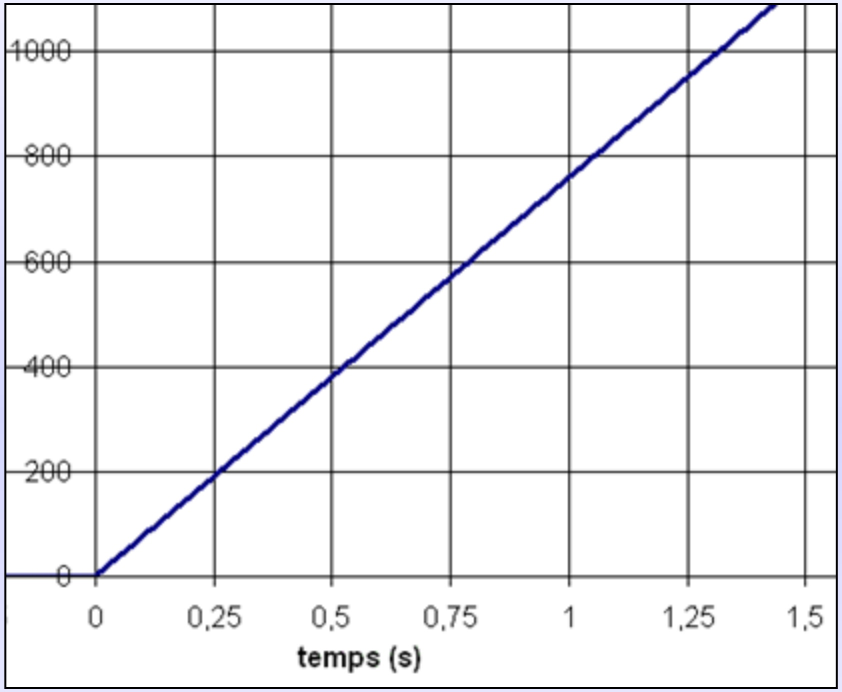
Oliver Heaviside
(1850 –1925)

<u>Remarque:</u>

- La valeur à l'origine (t = 0) peut être choisie égale à 1 mais ce choix est arbitraire.
- Avec Matlab: fonction *step()*

Les signaux particuliers à TC

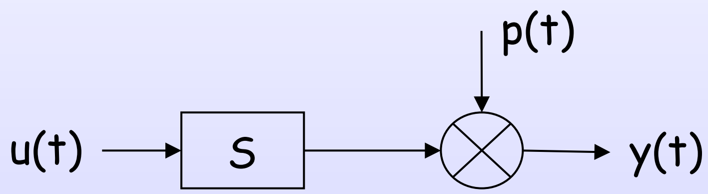
3) Echelon de vitesse



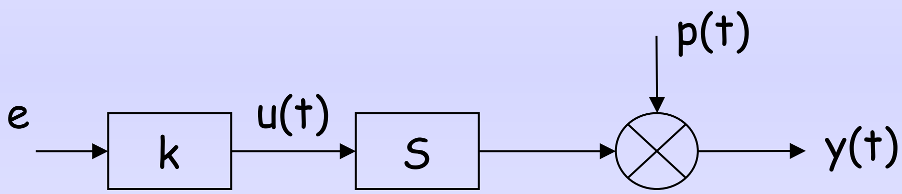
Remarque: La dérivée du signal Echelon de vitesse (ou rampe) correspond à l'Echelon unité (ou de Heaviside).

Les signaux dans le schéma-bloc

1) La commande en Boucle ouverte (BO)



S est le système à commander
p(t) est une perturbation inconnue
u(t) est la commande
e(t)est la consigne



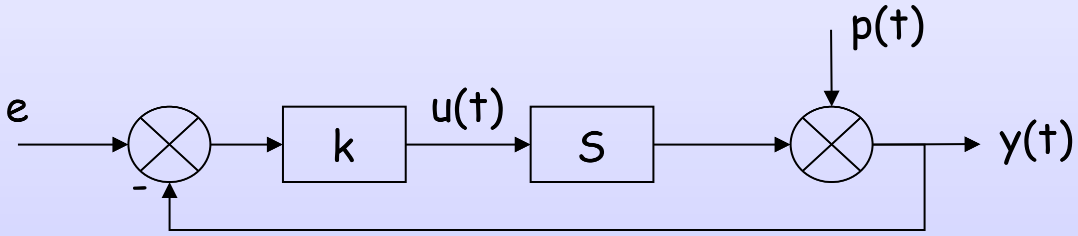
Remarque: Il n'y a pas de moyen exact pour que la sortie y(t) reflète l'image de l'entrée

Exemple: Lancement d'un projectile en mouvement parabolique (après, le lancement, pas de moyen de corriger la trajectoire du projectile)

Les signaux dans le schéma-bloc

LAAS-CNRS

2) La commande en Boucle fermée (BF)

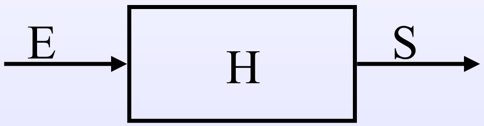


Remarque: Il existe une boucle de retour pour asservir le système à la juste valeur de la consigne e(t).

Exemple: Contrôle de vitesse

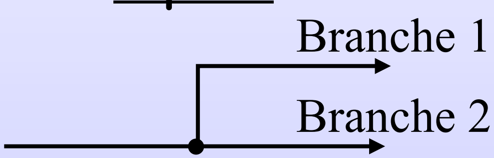
Les signaux dans le schéma-bloc

Bloc



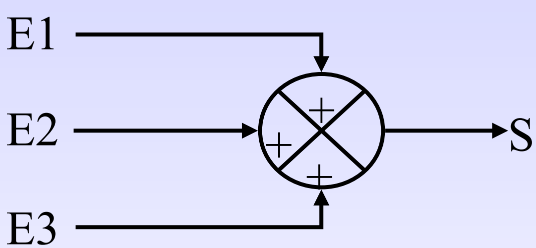
Le bloc possède une entrée **E** et une sortie **S**. H est la fonction de transfert du bloc et est déterminée d'après les équations de fonctionnement.
S=H.E

Capteur

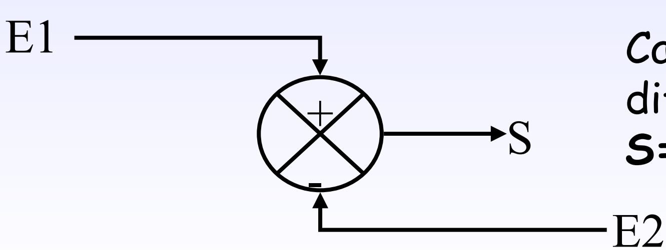


La variable de la branche 1 est identique à celle de la branche 2, un prélèvement d'information (à l'aide d'un capteur) ne modifie pas la variable

Sommateur / Comparateur



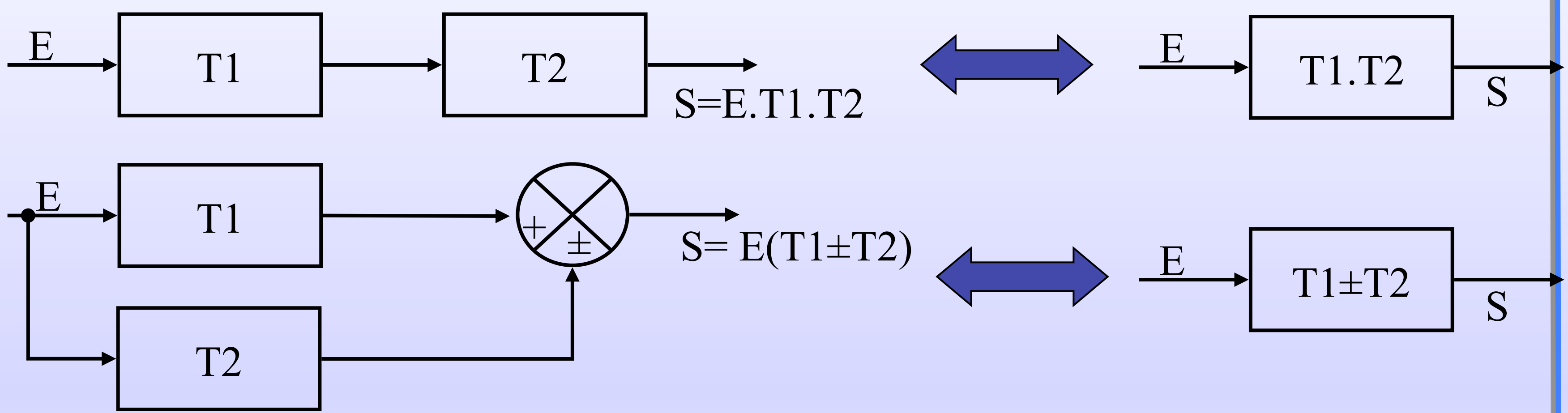
Les sommateurs permettent d'additionner et soustraire des variables, il possèdent plusieurs entrées mais une seule sortie.
S=E1+E2+E3



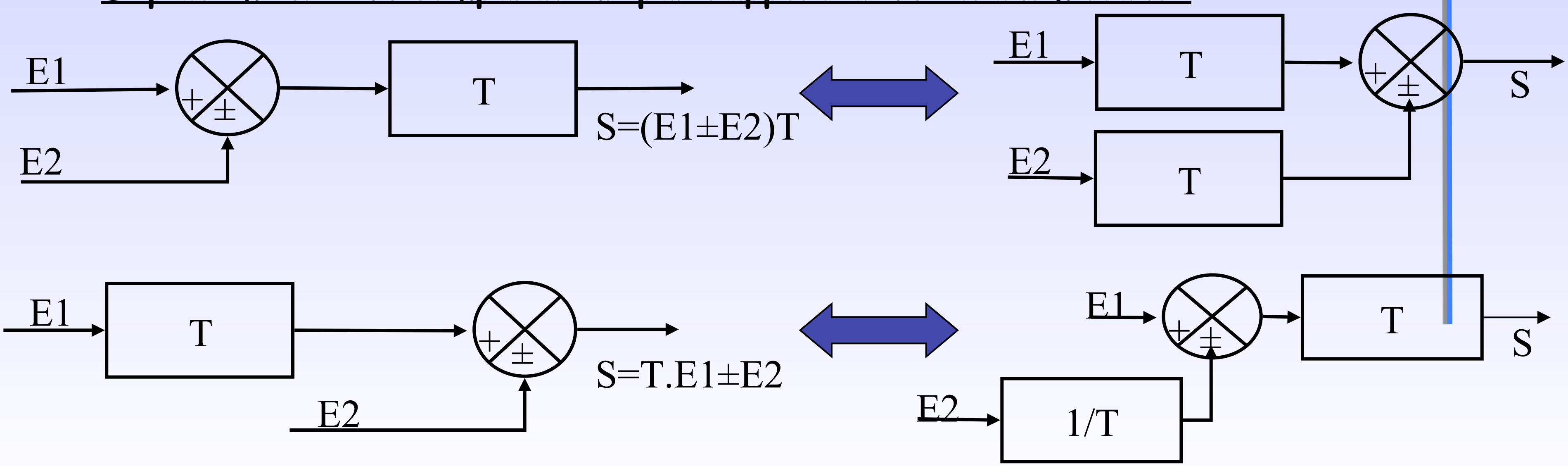
Cas particulier de sommateur qui permet de faire la différence de deux entrées (de comparer) ici :
S=E1-E2

Les signaux dans le schéma-bloc

Blocs en cascade ou en parallèle

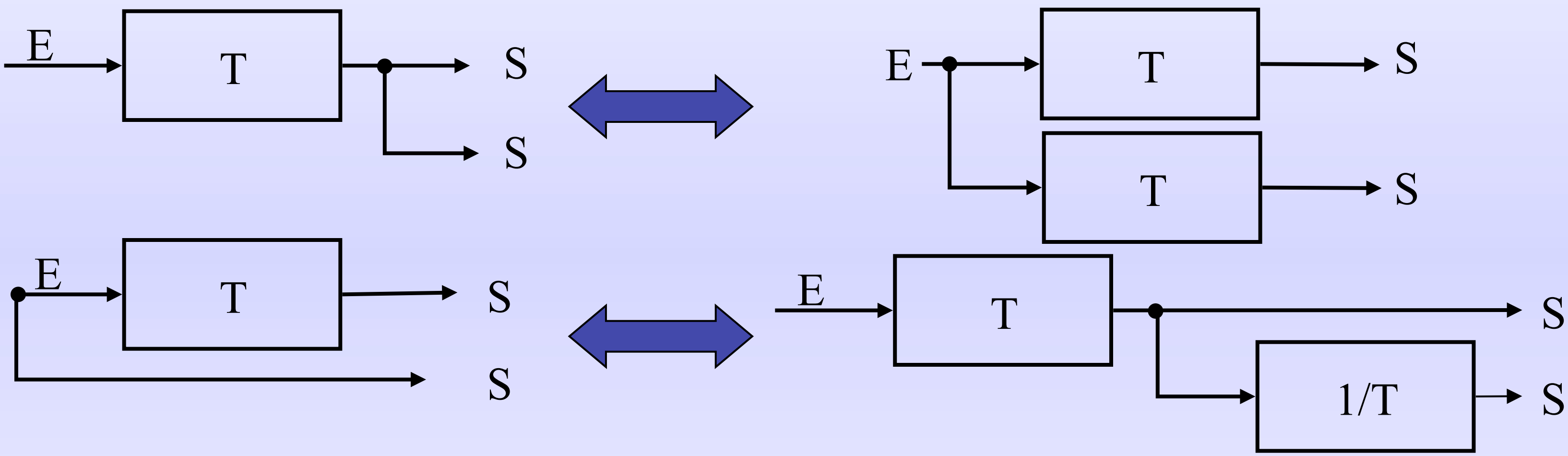


Déplacement d'un comparateur par rapport à une transmittance



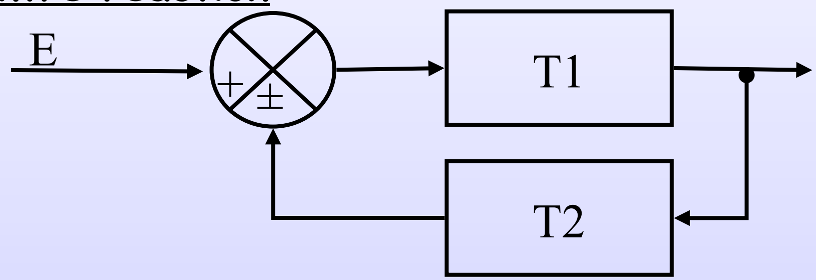
Les signaux dans le schéma-bloc

- **Déplacements d'un capteur par rapport à une transmittance**



Les signaux dans le schéma-bloc

- **Boucle de contre réaction**

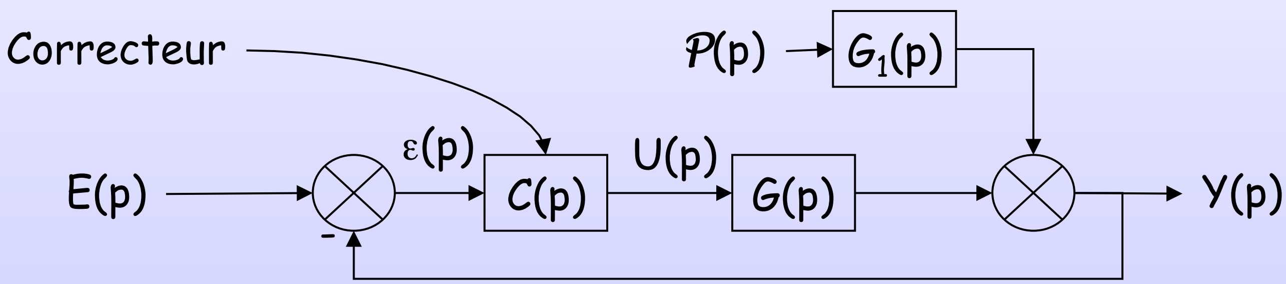


$S = \dfrac{T1}{1 \mp T1.T2}$ E

Détails du calcul:

Les signaux dans le schéma-bloc

Finalement, pour le schéma complet:



$$\boxed{\Rightarrow Y(p) = \frac{G(p)C(p)}{1+G(p)C(p)}E(p) + \frac{G_1(p)}{1+G(p)C(p)}\mathbf{P}(p)}$$

Propriétés élémentaires des modèles

Université de Toulouse

LAAS-CNRS

1) La causalité:

Pour un système causal, la cause précède toujours l'effet (la réponse à un instant donné ne dépend pas du futur de son entrée).

2) La linéarité (vérifiée par Th. de superposition et homogénéité):

Un système représenté par un opérateur *H* est **linéaire** si

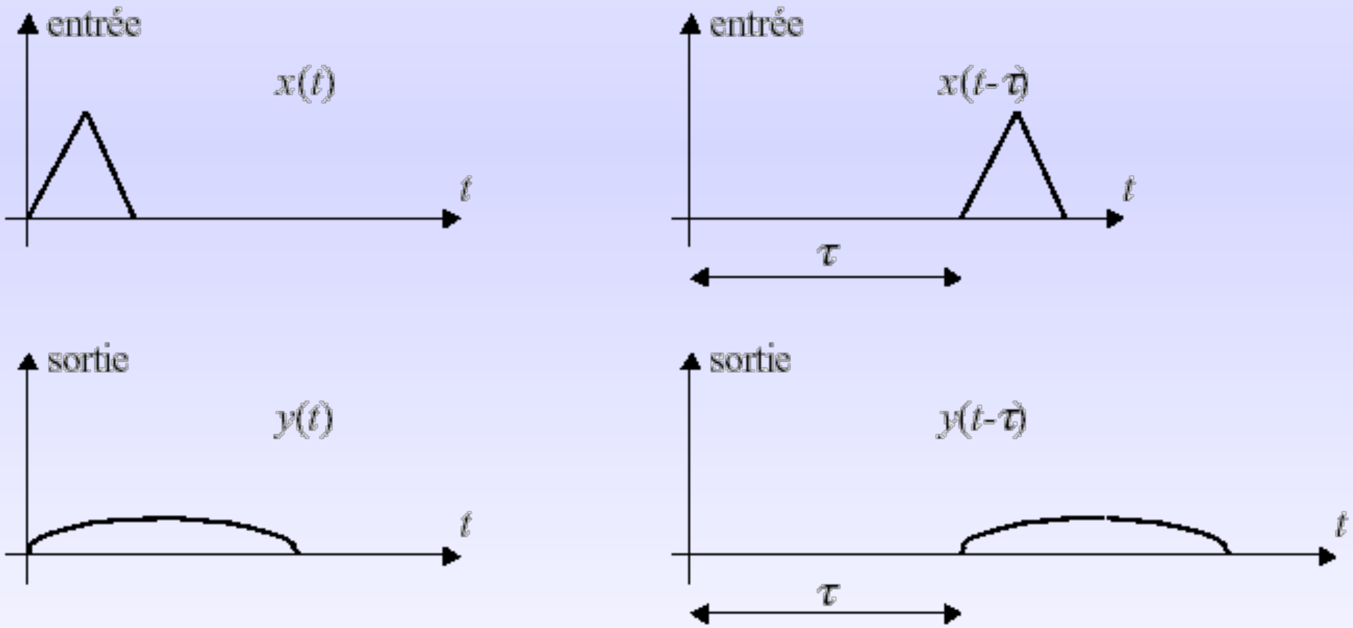
$$\begin{aligned} g(x) &= H\left[a_i f_i(x) + a_j f_j(x)\right] \\ &= a_i H\left[f_i(x)\right] + a_j H\left[f_j(x)\right] \\ &= a_i g_i(x) + a_j g_j(x) \end{aligned}$$

- sorties $\{g_j(x)\}$
- entrées $\{f_i(x)\}$

$$\forall f_i(x), f_j(x) \in \{f(x)\} \text{et } a_i \text{ est un scalaire}$$

$$\text{et } g_i(x) = H\left[f_i(x)\right]$$

3) L'invariance:
La sortie est indépendante du temps (donc de l'instant initial).



4) Régime transitoire - Régime permanent:
R. Transitoire: Partie de la réponse (= du signal de la sortie) correspondant à la montée en régime du modèle.
R. Permanent: Régime établi après le transitoire.

5) Régime libre (rég. transitoire) - Régime forcé (rég. permanent):

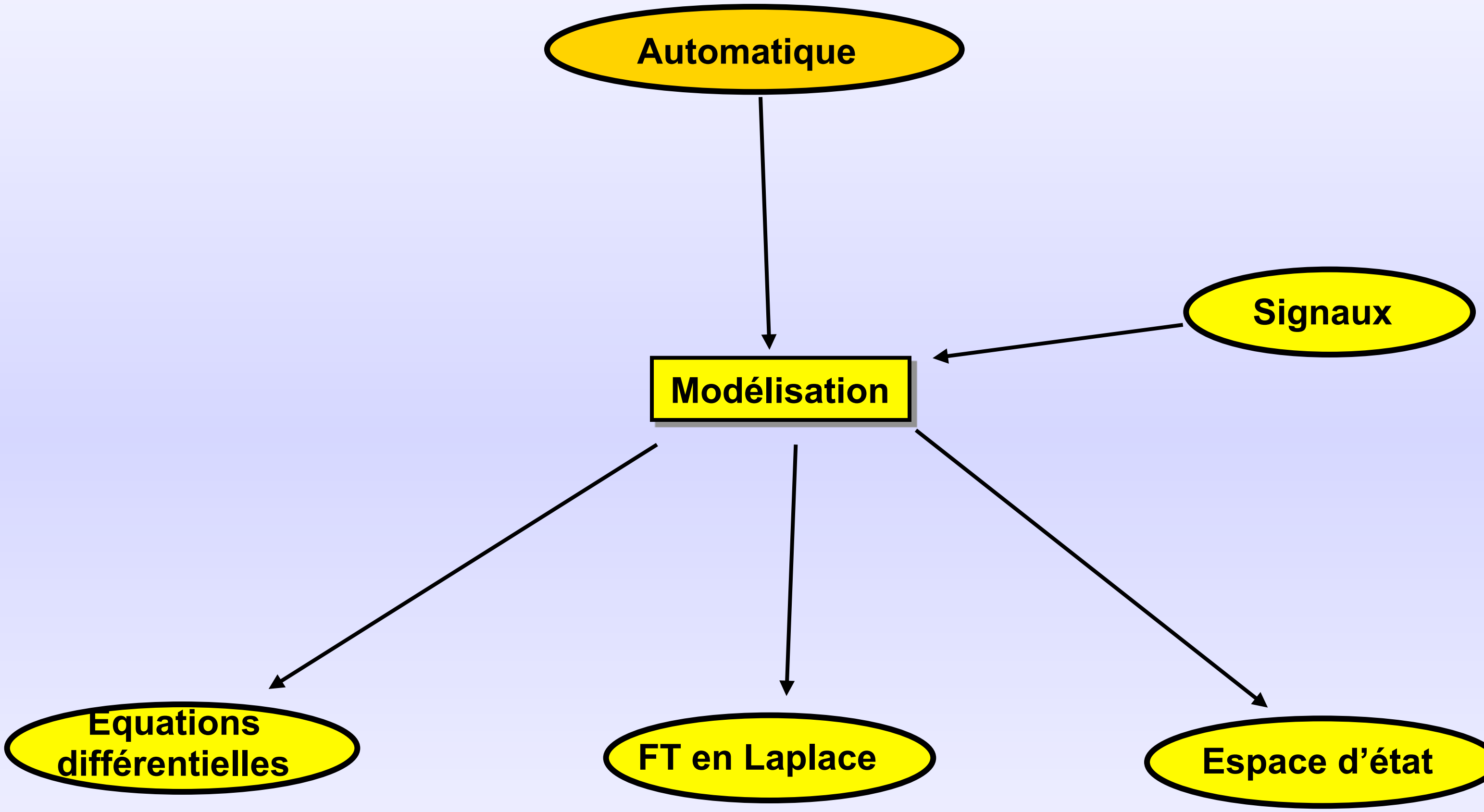
Réponse libre : $s_l(t) = f(e = 0, x(0) \neq 0, t)$

Réponse forcée : $s_f(t) = f(e \neq 0, x(0) = 0, t)$

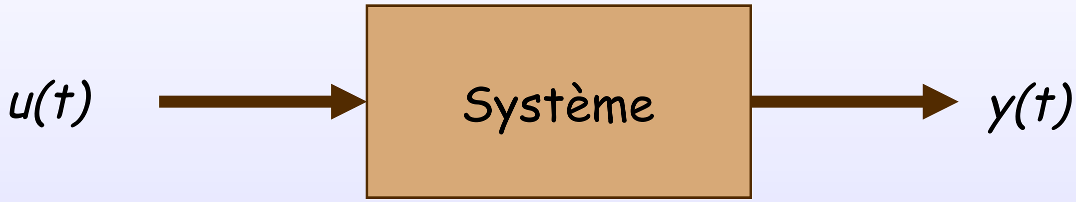
Pour un système linéaire invariant (SLI) il y a **séparabilité** :

Réponse = Réponse libre + Réponse forcée $\Leftrightarrow \quad s(t) = s_l(t) + s_f(t)$

Vision globale / Automatique



Représentation n°1: EDO



Le comportement du système est régi par une équation différentielle:

$$b_m \frac{d^m u}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0\, u(t) = a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0\, y(t)$$

Dans les cas réels, $m \leq n$: système causal: la cause u(t) précède l'effet y(t).

L'objectif est de déterminer y(t) connaissant u(t) à partir de l'équation généralisée:

$$\sum_{j=0}^{n} a_j y^{(j)}(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i u^{(i)}(t)$$

Transformée de Laplace

LAAS-CNRS

La variable de Laplace est

$$p = r + 2\pi j\nu = r + j\omega$$

$$TL[f(t)] = F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt = TF[f(t)e^{-rt}]$$

$$TL^{-1}[F(p)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{r-j\infty}^{r+j\infty} F(p)e^{pt}dp$$

<u>Abscisses de convergence:</u>

$$F(p) \text{ existe si } r \in \left]r_-, r_+\right[$$

La transformée de Laplace (TL) définie ci-dessus est la <u>TL bilatère</u>, la TL monolatère ou TL :

Fonction d'Heaviside

$$\Gamma(t) = \begin{cases} 1 \text{ pour } t \geq 0 \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases}$$

$$\Rightarrow$$

$$F(p) = \int_{0}^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt$$

Il est à noter qu'une TL bilatère n'a de sens que si l'on précise le domaine de convergence de *Re(p)=r*

Transformée de Laplace

Quelques TL:

$$TL[\delta(t)] = 1 \qquad TL[U(t)] = \frac{1}{p} \text{ si } Re(p) > 0 \qquad TL[e^{-at}U(t)] = \frac{1}{p+a} \text{ si } Re(p) > -a$$

Propriétés de la TL

Linéarité
$$TL[a.x(t) + b.y(t)] = a TL[x(t)] + b.TL[y(t)]$$

Le produit de convolution :
$$z(t) = x(t) * y(t) \xrightarrow{TL} Z(p) = X(p).Y(p)$$

La dérivation :

$$x(t) \xleftrightarrow{TL} X(p)$$
$$x^n(t) \xleftrightarrow{TL} p^n.X(p)$$
$$x(t) = f'(t) \Rightarrow X(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(t) e^{-pt} dt$$

Par hypothèse $\left| f(t) e^{-pt} \right|$ est sommable

si $Re(p) \in \Sigma \Rightarrow$ Donc $\left. \left| f(t) e^{-pt} \right| \right|_{t=-\infty}^{t=+\infty} = 0$

En intégrant par partie :

$$X(p) = pF(p)$$

Transformée de Laplace

La dérivation :

Attention! Pb de CI

$$x(t) \xleftrightarrow{TL} X(p)$$

$$x^n(t) \xleftrightarrow{TL} p^n.X(p)$$

$$x(t) = f'(t) \Rightarrow X(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(t)e^{-pt}dt$$

Si les CI sont non nulles

$$x(t) \xleftrightarrow{TL} X(p)$$

$$x^n(t) \xleftrightarrow{TL} p^n.X(p) - p^{(n-1)}.x(0) - p^{(n-2)}.x^1(0) - p^{(n-3)}.x^2(0) - \ldots - x^{(n-1)}(0)$$

Transformée de Laplace

Cas des fonctions rendues causales

$$\text{Soit } f_+(t) = f(t)U(t)$$

$$\Rightarrow f_+'(t) = f'(t)U(t) + f(0)\delta(t) \xrightarrow{TL} pF(p) = TL[f'(t)U(t)] + f(0)$$

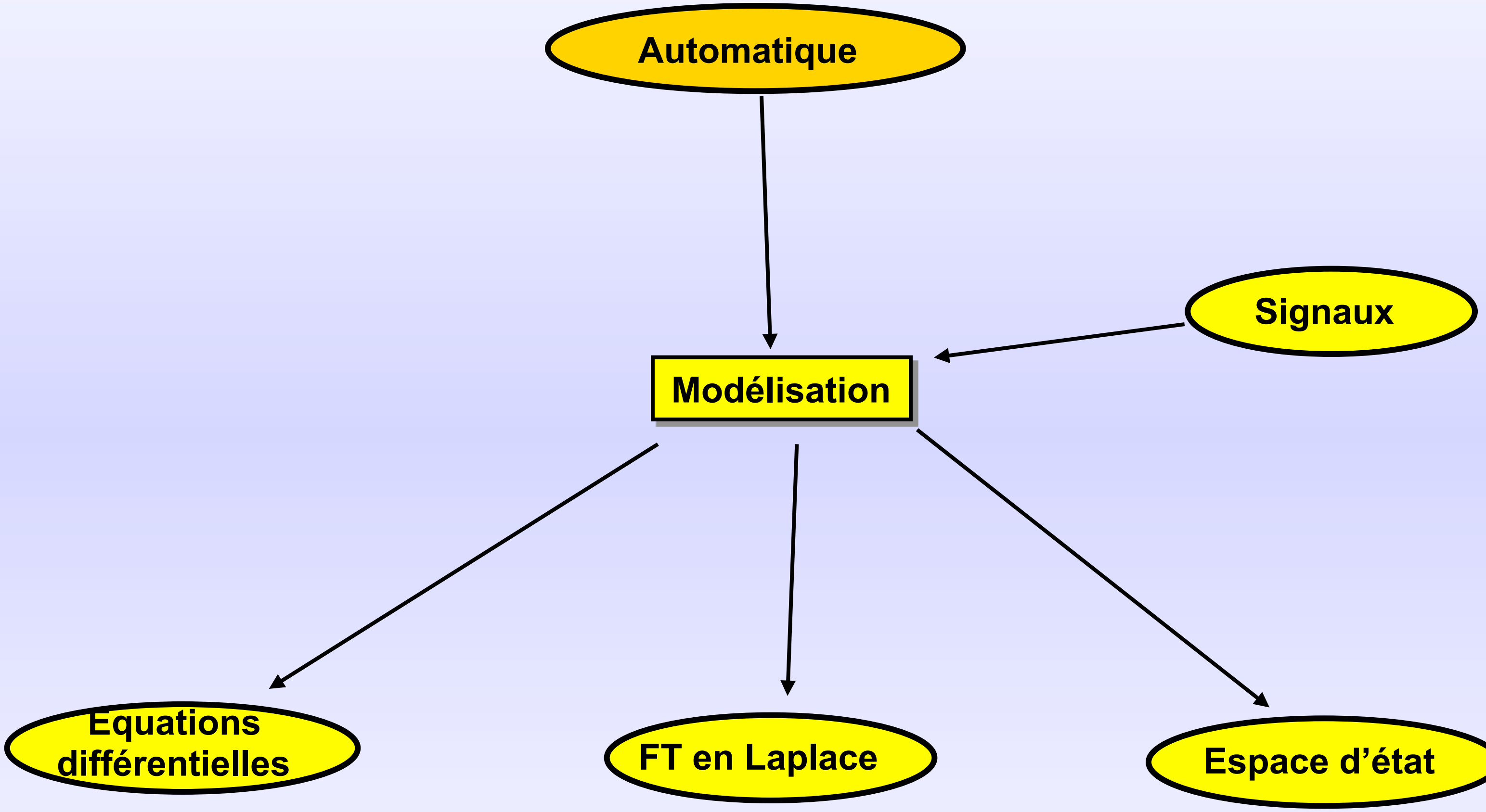
$$\Rightarrow TL[f'(t)U(t)] = pF(p) - f(0)$$

L'intégration

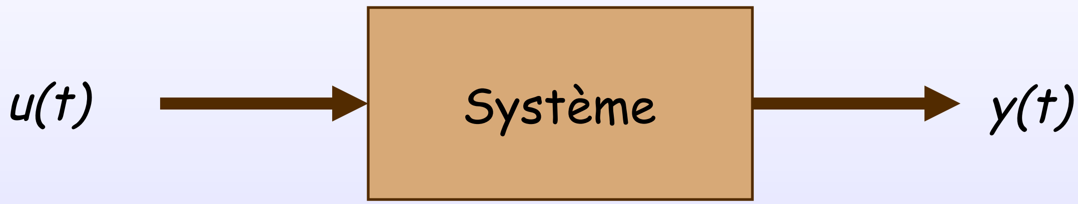
$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t-\tau)f(\tau)d\tau = U(t) * f(t)$$

$$\Rightarrow TL[x(t)] = \frac{F(p)}{p}$$

Vision globale / Automatique



Représentation n°2: FT



Pour les systèmes continus linéaires invariant:

$$a_0 y(t) + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + \dots + a_N \frac{d^N y(t)}{dt^N} = b_0 u(t) + b_1 \frac{du(t)}{dt} + \dots + b_M \frac{d^M u(t)}{dt^M}$$

Causal : N ≥ M résolution possible directe de l'EDO à partir de la FT

On suppose les cond. init. nulles ; l 'application de la Transformée de Laplace conduit à : $Y(p)\sum_{j=0}^{n} a_j p^j = U(p)\sum_{i=0}^{m} b_i p^i$

d 'où la fonction de transfert (FT) : $H(p) = \dfrac{Y(p)}{U(p)} = \dfrac{\sum_{i=0}^{m} b_i p^i}{\sum_{j=0}^{n} a_j p^j}$