Contrôle sur le cours

Modèles et Algorithmes d'Ingénierie de Trafic

On considère le problème de routage sur deux liens parallèles illustré sur la Figure 1. Le trafic total de la source vers la destination est noté λ, et il peut être réparti sur deux liens. On note x_i la quantité de trafic envoyée sur le lien $i = 1, 2$ et $c_i x_i \phi(x_i)$ le coût qui en résulte. Dans la suite, on supposera que $\phi(x) = (1 + x)^2$.

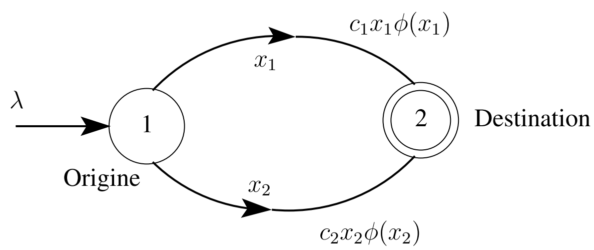

Figure 1: Routage sur deux liens parallèles.

Le problème à résoudre s'écrit mathématiquement sous la forme suivante :

$$(OPT)\left\{\begin{array}{ll} \text{Minimiser :} & F(x_1, x_2) = c_1x_1\phi(x_1) + c_2x_2\phi(x_2) \\ \text{sous les contraintes :} & \\ & x_1 + x_2 = \lambda, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array}\right.$$

On notera dans la suite (x_1^*, x_2^*) la stratégie de routage optimale.

Questions :

Q1.1 Comment s'écrit le coût marginal du chemin i ? Quelles sont les conditions d'optimalité du routage ?

Q1.2 A partir de quelle valeur λ^* de λ le routage optimal utilise-t-il les deux liens ? On notera $\nu = \frac{c_2}{c_1}$ pour répondre.

Q1.3 En supposant que $\lambda > \lambda^*$, écrire (sans la résoudre), l'équation permettant de déterminer x_1^*.

Q1.4 Calculer la valeur de λ^* quand $c_1 = 1$ et $c_2 = 5$. En supposant que pour $\lambda > \lambda^*$, on a

$$x_1^* = \frac{3\nu\lambda + 2(\nu+1) - \sqrt{\nu(3\lambda+4)^2 + (\nu-1)^2}}{3(\nu-1)},$$

déterminer x_1^* et x_2^* quand $\lambda = 3\,\lambda^*$. Quel est le coût de cette solution ?

Q1.5 Quel est le coût de la solution $x^{(0)} = (1, 1)$?

Q1.6 En partant de $x^{(0)} = (1, 1)$, appliquer une itération de l'algorithme *Flow Deviation* avec le pas $\beta = \frac{2}{3}$. Quel est le coût de la solution $x^{(1)}$ obtenue ?