Introduction

Aux bases mathématiques du
Traitement du signal

Qu’est-ce qu’un signal ?

Signal

- Une suite de nombres et non pas des suites de lettres, de mots ou de phrases.
- Toutes grandeurs physiques susceptibles de variations

Traitement

Transformation destinée à rendre le signal plus exploitable

D’où un signal vient ?

- De l’information cachée dans la représentation choisisse
  - Échantillonnage
  - Compression
  - Décomposition dans un espace orthogonal

Classification des signaux

CLASSEMENT DES SIGNAUX

1er classement :

Signaux certains: sin(2pnt), g(t), δ(t)...pas d'information

Signaux aléatoires: informations, bruits

2ème classement :

Signaux analogiques: Infinités d'états

Signaux numériques: Nombre limité et discret d'états

CLASSEMENT DES SIGNAUX

- **Les signaux périodiques** $x(t) = x(t+kT)$
  - Le signal sinusoïdal est le plus représentatif de ces signaux périodiques:
    - $x(t) = A \sin(2\pi\, tT + a) = A\ \mathrm{Sin}(\omega\, t+a)$ ou $\omega = 2\pi \quad T = 2\pi\, f$

- **Les signaux à énergie finie**

  Les signaux à énergie finie sont ceux pour lesquels l'intégrale suivante est bornée :

  $\int |\ x(t)\ |^{2}\ dt < \infty$
    - Ces signaux sont dits de carré intégrable (sommable), leur puissance moyenne est nulle.

- Les signaux à puissance moyenne finie non-nulle

- **Signaux de durée finie**
  - Signaux de durée limitée ou "support borné" : $x(t) = 0 \quad t \notin T$

- **Signaux pairs et impairs**

Un signal est pair si $x(t) = x(-t)$ example : $\cos(\omega t)$

Un signal est impair si $x(t) = -x(-t)$ exemple : $\sin(\omega t)$

> Tout signal réel peut être décomposé en une partie "paire" et une partie "impaire".
>
> $x(t) = xp(t) + xi(t)$ avec $xp(t) = 1$
>
> $2 [x(t) + x(-t)]$ et $xi(t) = 1$
>
> $2 [x(t) - x(-t)]$

- **Signaux causals :**
  - Un signal est dit causal s'il est nul pour toute valeur négative du temps $x(t) = 0 \quad t < 0$

Signaux numériques

- Un signal numérique est un signal discret dont l'amplitude a été quantifiée

Exemple

$x(t)=A \sin(\omega t+\phi)$
$X(k)=A \sin[2\pi/N (k+k_0)$

Classement des signaux

- **1.Déterministes :**

  décrits par des formules mathématiques

- **2. Stationnaires :**

  par rapport à la moyenne

- **3.Non- stationnaires**

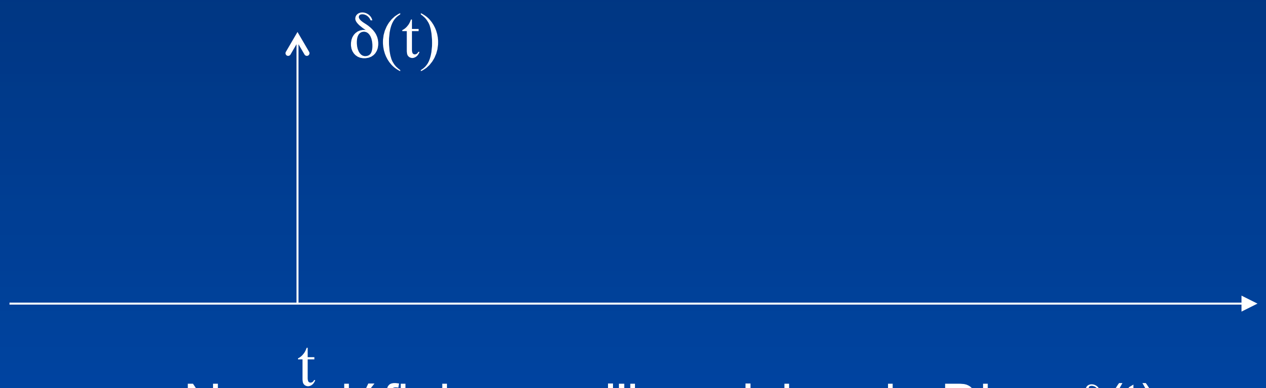
  Fractals

1. Quelques signaux

- Fonction de Heaviside $u(t)$
- La fonction signe $2u(t)-1$
- La fonction porte $rect(t)=u(t+T/2)-u(t-T/2)$

1.Distributions

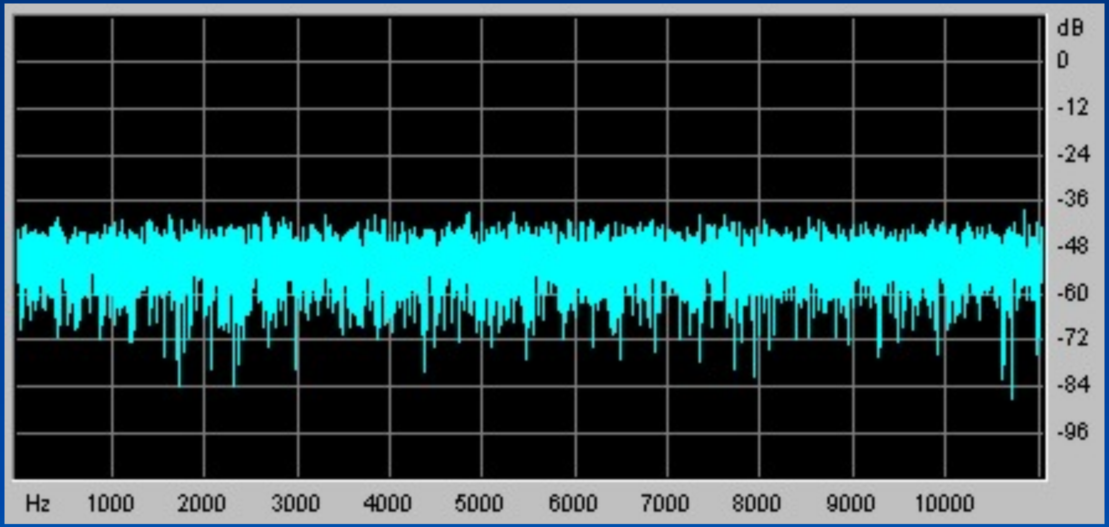
- Impulsion infinie pendant un intervalle de temps infiniment court



- ***<u>Remarque :</u>*** Nous définissons l'impulsion de Dirac δ(t) au sens des distributions. Elle a pour valeur en t=0, la valeur égale à 1 de l'intégrale de moins l'infini à plus l'infini d'une impulsion idéale de largeur nulle centrée en t=0.

2. Signaux stationnaires

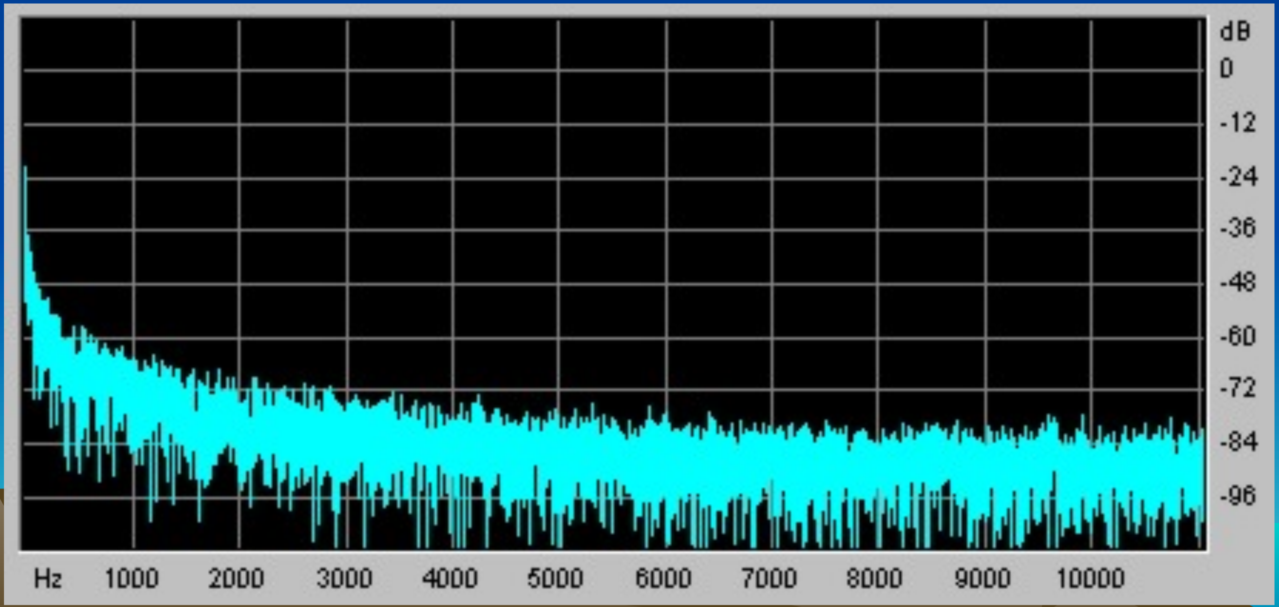
Le bruit blanc : sa particularité est que toues les fréquences y sont présentes à amplitude égale .



2. Signaux stationnaires

Le bruit en 1/f est stationnaire : ses caractéristiques moyennes restent constantes dans le temps.

En général, on n’observe pas d’aplanissement du spectre à basses fréquences.



Méthodes d’analyse des signaux

La transformation d'informations

- **La transformation de Fourier**
- **La transformation de Fourier à fenêtre**
- **La transformation en ondelettes**
  - Ondelettes de Malvar (temps-fréquence-échelle)
  - Les paquets d'ondelettes (temps-fréquence)
  - Matching Poursuite (temps-fréquence-échelle)