FILS-Master2
Systèmes Embarqués

TD1 : Transformée en Z

1. En utilisant la Transformée en z, résoudre les équations aux différences :

   a. $y(n+2)+3y(n+1)+2y(n)=e^{-n}$ avec $y(0)=y(1)=0$

   b. $2y(n)-2y(n-1)+y(n-2)=u(n)$ ou $y(n)=0\ pour\ n<0$ et

$$u(n)=\begin{cases}1, & n\geq 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$

2. Soit B0(p) un bloqueur d'ordre zéro.
   a. Tracer les courbes : $amplitude(\omega), phase(\omega)$.

3. a. Calculer la Transformée en z du signal s(t) défini par sa transformée Laplace

   $S(p)=\frac{1}{p(p+2)}$ en utilisant la formule du théorème des résidus.

   b. Calculer la Transformée en z du signal s(t)=t en utilisant la formule du théorème des résidus

   c. Calculer la Transformée en z du signal défini par : $S(p)=\frac{1}{p^2(p+2)}$ en considérant les transformée suivantes :
   $Z\left(\frac{1}{p}\right)=\frac{z}{z-1}$, $Z\left(\frac{1}{p^2}\right)=\frac{Tz}{(z-1)^2}$, $Z\left(\frac{1}{p+a}\right)=\frac{z}{z-e^{-aT}}$

Annexe

Signal	Tr de Laplace	Transformée en Z
$x(t)$	$X_p(p) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t).e^{-pt}.dt$	$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n.T_e).z^{-n}$
$\delta(t)$	1	Non définie !…
$\begin{cases} 1, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$	0	$X_z(z) = 1$
$u(t) = \begin{cases} 1, t >= 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$	$u(p) = \frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$
$t.u(t)$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T_e.z}{[z-1]^2}$
$\frac{t^2}{2}.u(t)$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T_e^2.z.[z+1]}{2.[z-1]^3}$

$e^{-a.t}.u(t)$	$\dfrac{1}{p+a}$	$\dfrac{z}{z-e^{-a.T_e}}$
$t.e^{-a.t}.u(t)$	$\dfrac{1}{\left[p+a\right]^2}$	$\dfrac{T_e.z.e^{-a.T_e}}{\left[z-e^{-a.T_e}\right]^2}$
$\dfrac{t^2}{2}.e^{-a.t}.u(t)$	$\dfrac{1}{\left[p+a\right]^3}$	$\dfrac{T_e^2.z.e^{-a.T_e}}{2.\left[z-e^{-a.T_e}\right]^2}+\dfrac{T_e^2.z.e^{-2.a.T_e}}{\left[z-e^{-a.T_e}\right]^3}$

$x(t)$	$X_p(p)$	$X_z(z)$
$\left[1-e^{-a.t}\right]u(t)$	$\dfrac{a}{p.(p+a)}$	$\dfrac{\left(1-e^{-a.T_e}\right)z}{(z-1).\left(z-e^{-a.T_e}\right)}$
$\left[t-\dfrac{1-e^{-a.t}}{a}\right].u(t)$	$\dfrac{a}{p^2.(p+a)}$	$\dfrac{T_e.z}{(z-1)^2}-\dfrac{\left(1-e^{-a.T_e}\right)z}{a.(z-1).\left(z-e^{-a.T_e}\right)}$
$\dfrac{1}{2}\left[t^2-\dfrac{2.t}{a}+\dfrac{2}{a^2}.\left(1-e^{-a.t}\right)\right].u(t)$	$\dfrac{a}{p^3.(p+a)}$	$\dfrac{T_e^2.z}{(z-1)^3}+\dfrac{(a.T_e-2).T_e.z}{2.a.(z-1)^2}$ $+\dfrac{z}{a^2.(z-1)}-\dfrac{z}{a^2.\left(z-e^{-a.T_e}\right)}$
$\sin(\omega_0.t).u(t)$	$\dfrac{\omega_0}{p^2+\omega_0^2}$	$\dfrac{z.\sin(\omega_0.T_e)}{z^2-2.z.\cos(\omega_0.T_e)+1}$
$\cos(\omega_0.t).u(t)$	$\dfrac{p}{p^2+\omega_0^2}$	$\dfrac{z.\left[z-\cos(\omega_0.T_e)\right]}{z^2-2.z.\cos(\omega_0.T_e)+1}$
$\left[1-\cos(\omega_0.t)\right]u(t)$	$\dfrac{\omega_0^2}{p.\left[p^2+\omega_0^2\right]}$	$\dfrac{z}{z-1}-\dfrac{z.\left[z-\cos(\omega_0.T_e)\right]}{z^2-2.z.\cos(\omega_0.T_e)+1}$
$\left[1-(1+a.t).e^{-a.t}\right]u(t)$	$\dfrac{a^2}{p.(p+a)^2}$	$\dfrac{z}{z-1}-\dfrac{z}{z-e^{-a.T_e}}-\dfrac{a.T_e.e^{-a.T_e}.z}{\left[z-e^{-a.T_e}\right]^2}$
$e^{-a.t}.\sin(\omega_0.t).u(t)$	$\dfrac{\omega_0}{(p+a)^2+\omega_0^2}$	$\dfrac{z.e^{-a.T_e}.\sin(\omega_0.T_e)}{z^2-2.z.e^{-a.T_e}.\cos(\omega_0.T_e)+e^{-2.a.T_e}}$
$e^{-a.t}.\cos(\omega_0.t).u(t)$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega_0^2}$	$\dfrac{z.\left[z-e^{-a.T_e}.\cos(\omega_0.T_e)\right]}{z^2-2.z.e^{-a.T_e}.\cos(\omega_0.T_e)+e^{-2.a.T_e}}$