

# 9. Etude des correcteurs

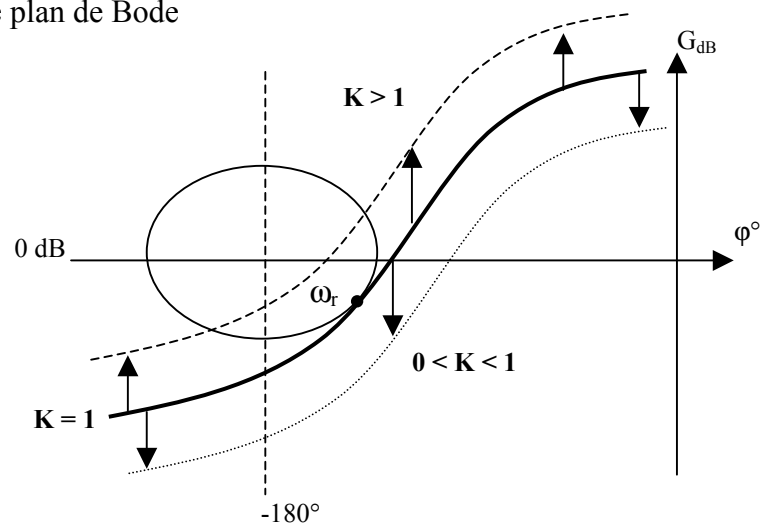
## 1. Correcteur Proportionnel (P)

### 1.1. Forme

$$C(p) = K, \quad K > 0$$

### 1.2. Action du correcteur

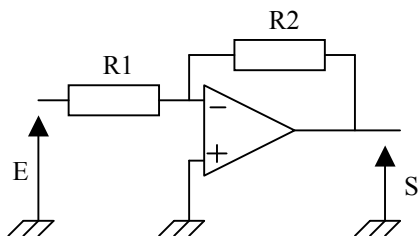
Ce correcteur équivaut à une translation verticale de la courbe dans le plan de Black et de la courbe du module dans le plan de Bode



### 1.3. Mise en place du correcteur

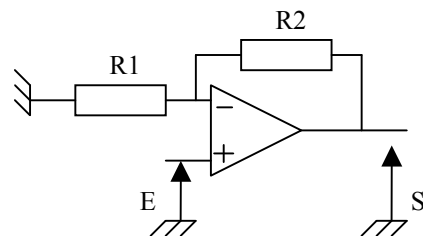
Si l'erreur statique est fixée par un cahier des charges, il faut commencer par placer ce type de correcteur dans la chaîne directe avant tout autre correcteur.

### 1.4. Réalisation (électrique)



Montage Ampli inverseur

$$C(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = -\frac{R_2}{R_1}$$



Montage Ampli non inverseur

$$C(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

## 2. Correcteur Proportionnel Intégral (P.I)

### 2.1. Forme

$$C(p) = K \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{\tau \cdot p}, \quad K > 0, \tau > 0$$

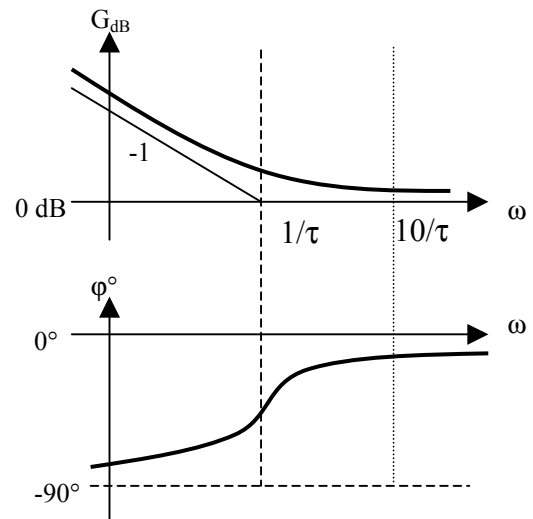
### 2.2. Action du correcteur

Ce correcteur introduit un pôle à l'origine.

L'action de ce correcteur se fait sur les basses fréquences.

La présence d'un intégrateur annule l'erreur statique, mais il ralentit le système et le déstabilise s'il est mal placé.

On remarque, sur le diagramme de Bode, que ce correcteur n'influence pratiquement plus la phase pour des pulsations telles que  $\omega > 10 / \tau$ .



### 2.3. Placement par la méthode du pôle dominant

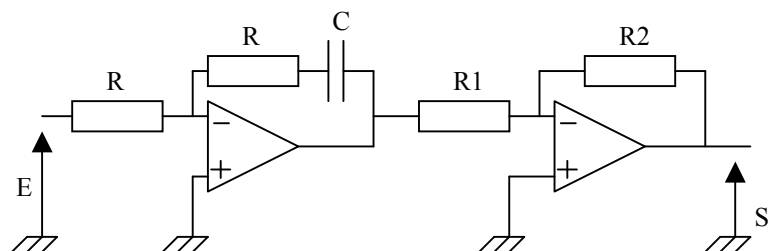
1. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte,
2. Supprimer le pôle dominant  $\tau = \frac{-1}{p_{\min}}$  = constante de temps la plus grande (le pôle dominant correspond à la plus grande constante de temps du système, donc au pôle dominant car c'est lui qui limite la rapidité du système),
3. Déterminer K pour avoir une marge de phase suffisante (ou celle imposée par le cahier des charges)

### 2.4. Réalisation (électrique)

$$C(p) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + RC \cdot p}{RC \cdot p}$$

$$\tau = R \cdot C$$

$$K = R_2 / R_1$$



En pratique, pour éviter une saturation en tension de sortie, on monte une résistance  $R_0$  en parallèle sur RC ( $R_0 \gg R$ ).

## 3. Correcteur à retard de phase

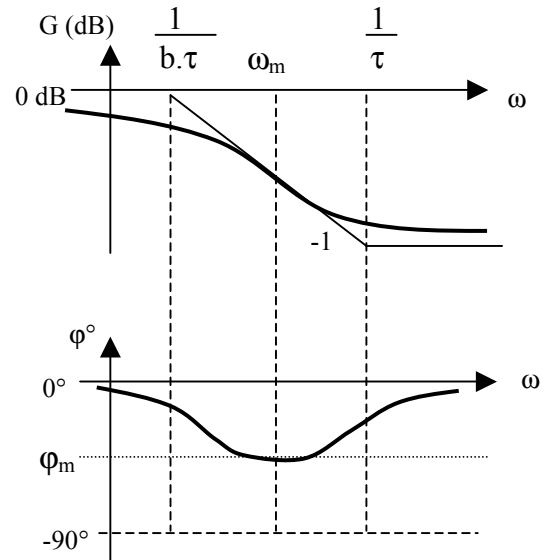
### 3.1. Forme

$$C(p) = K \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + b \cdot \tau \cdot p}, \quad b > 1, \quad K > 0, \quad \tau > 0$$

### 3.2. Action du correcteur

L'action de ce correcteur se fait sur les basses fréquences.  
 Il permet de réduire l'erreur statique.  
 Il ralentit le système et le déstabilise s'il est mal placé.  
 On a les relations suivantes :

$$\omega_m = \frac{1}{\tau \cdot \sqrt{b}} \quad \text{et} \quad \sin(\varphi_m) = \frac{1-b}{1+b}$$

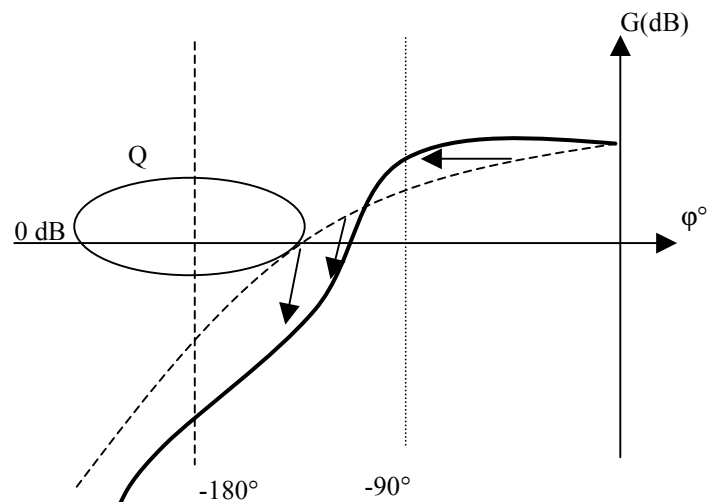


### 3.3. Mise en place du correcteur

Ce correcteur est placé soit après un correcteur proportionnel, si le cahier des charges impose l'erreur statique, soit avant.

Si  $1/\tau < \omega_r$ , on augmente la marge de phase en conservant un bon gain en basse fréquence, mais on a une diminution de la bande passante.

Dans ce cas, l'effet du correcteur a la forme ci-contre :



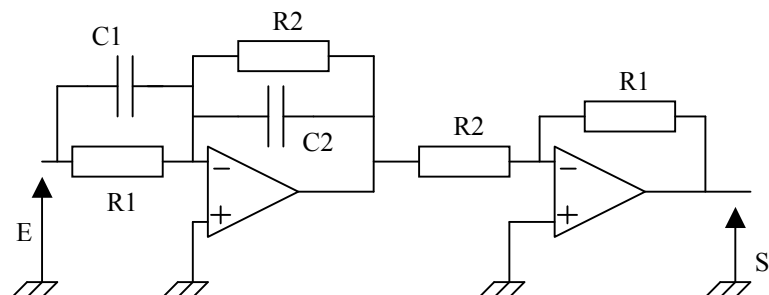
Effet du correcteur à retard de phase

### 3.4. Réalisation (électrique)

$$C(p) = \frac{1 + R_1 C_1 \cdot p}{1 + R_2 C_2 \cdot p}$$

avec

$$R_2 C_2 > R_1 C_1$$



## 4. Correcteur Proportionnel Dérivé (P.D)

### 4.1. Forme

$$C(p) = K.(1 + \tau.p) \quad , \quad K > 0 \quad , \quad \tau > 0$$

**Remarque** : Le gain de ce correcteur est infini pour les hautes fréquences. Ceci est donc physiquement irréalisable. Pour limiter ce gain en hautes fréquences, le correcteur à action proportionnel dérivé se met donc sous la forme suivante :

$$C(p) = K. \frac{1 + \tau_d.p}{1 + \tau.p} \quad , \quad \text{avec } \tau \ll \tau_d$$

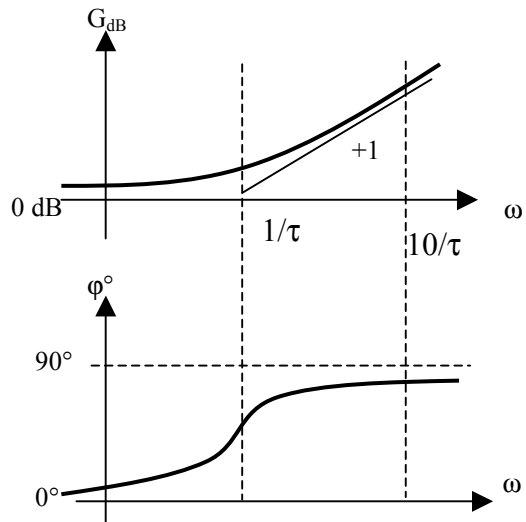
→ voir correcteur à avance de phase

### 4.2. Action du correcteur

L'action de ce correcteur se fait sur les hautes fréquences.

Son effet est stabilisant et à tendance à augmenter la rapidité.

On remarque, sur le diagramme de Bode, que ce correcteur induit un gain infini en hautes fréquences et qu'à  $10 / \tau$ , le gain apporté est de 20 dB et la phase apportée est quasiment de  $90^\circ$



### 4.3 Mise en place du correcteur

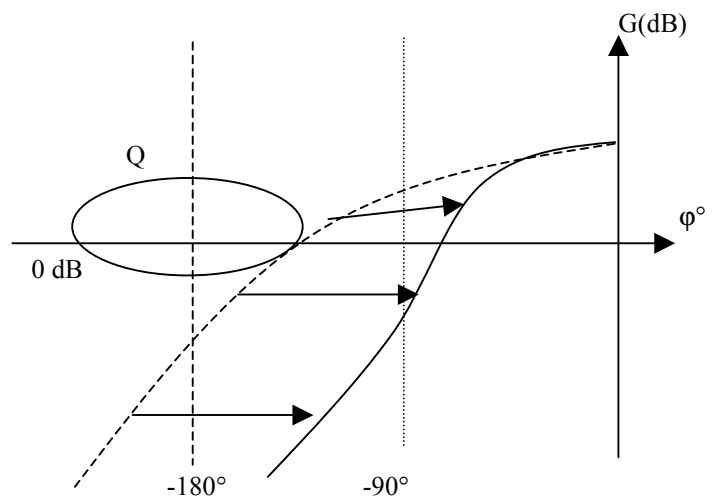
Pour être efficace, ce correcteur doit vérifier:

$$1 / \tau < \omega_r \quad ,$$

c'est à dire que l'effet doit se produire suffisamment tôt.

Il y a donc augmentation de la marge de phase, de la marge de gain, de la pulsation de résonance et de la bande passante,

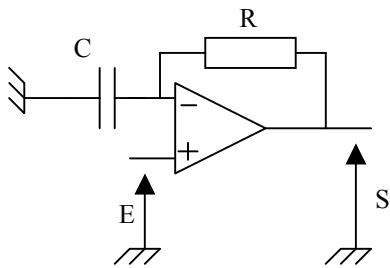
De plus, en augmentant  $K$ , on augmente la stabilité et la précision du système.



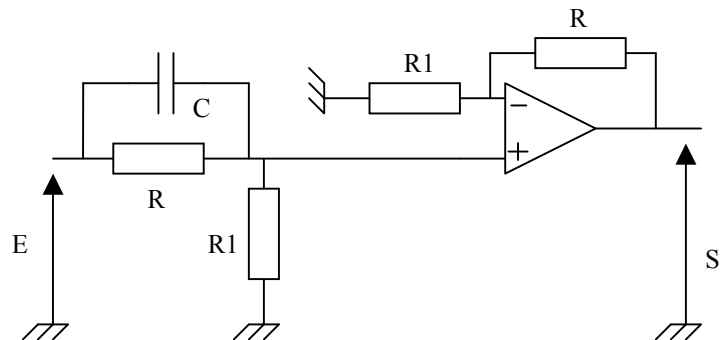
Effet du correcteur P.D

## 4.4 Réalisation (électrique)

$$C(p) = K(1 + \tau.p)$$



$$C(p) = \frac{1 + RC.p}{1 + \frac{RR_1 C}{R + R_1}.p}$$



## 5. Correcteur à avance de phase

### 5.1. Forme

$$C(p) = K \frac{1 + a.\tau.p}{1 + \tau.p}, \quad a > 1, \quad K > 0, \quad \tau > 0$$

Le correcteur proportionnel dérivé précédent étant physiquement irréalisable, on utilise le correcteur à avance de phase qui a un effet semblable dans une importante bande de fréquences

### 5.2. Action du correcteur

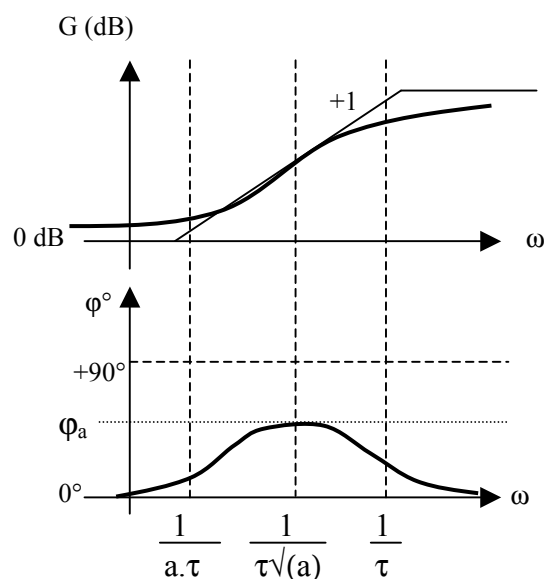
Ce correcteur permet d'augmenter la rapidité du système.

Le correcteur induit une avance de phase qui est maximum à la pulsation:

$$\omega_m = \frac{1}{\tau.\sqrt{a}}$$

et on a :

$$\sin(\varphi_m) = \frac{a-1}{a+1}$$



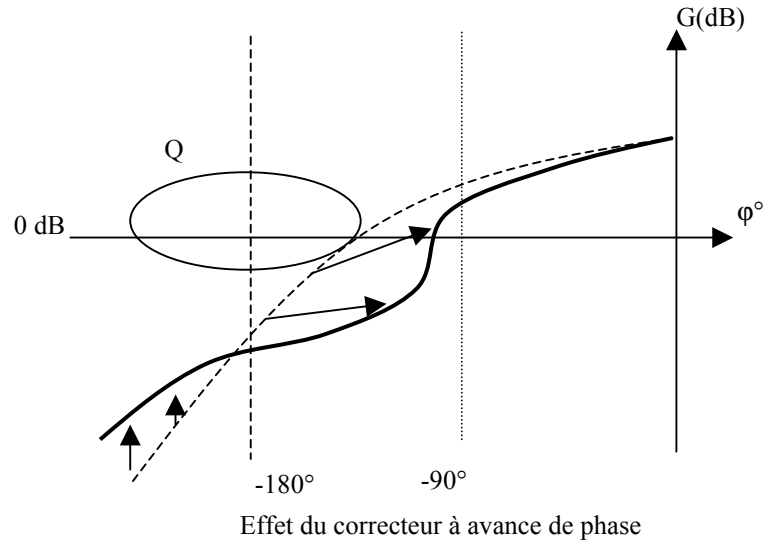
### 5.3 Mise en place du correcteur

Ce correcteur est placé soit après un correcteur proportionnel, si le cahier des charges impose l'erreur statique, soit avant.

On constate pour un réglage avec  $\omega_r$  voisin de  $\omega_m$  et tel que:

$$\frac{1}{a \cdot \tau} < \omega_r < \frac{1}{\tau}$$

On a une action stabilisante importante autour de la pulsation de résonance qui permet d'accroître alors le gain  $K$  du système

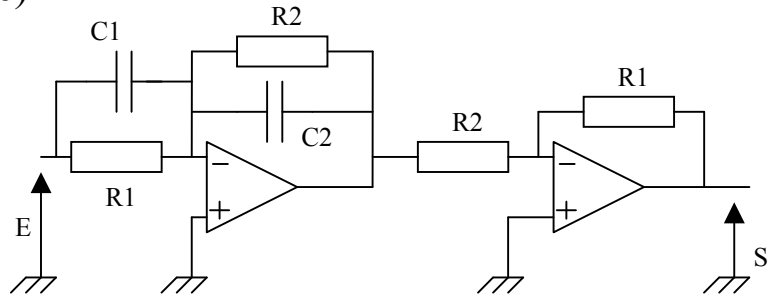


### 5.4 Réalisation (électrique)

$$C(p) = \frac{1 + R_1 C_1 \cdot p}{1 + R_2 C_2 \cdot p}$$

avec

$$R_2 C_2 < R_1 C_1$$



## 6. Correcteur proportionnel intégral dérivé (P.I.D)

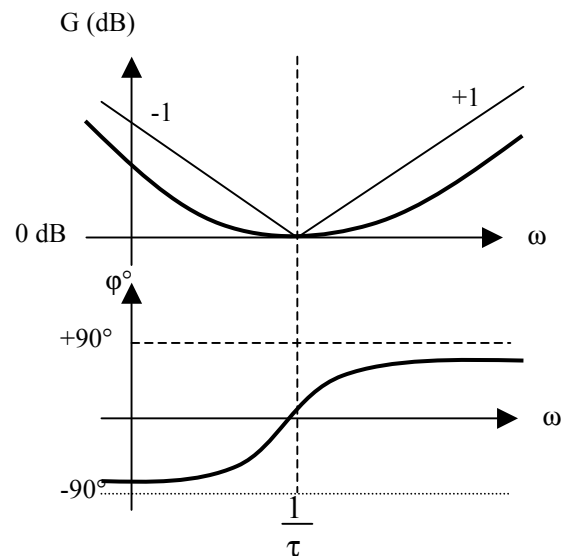
### 6.1. Forme

$$C(p) = A + \tau_d \cdot p + \frac{\tau_i}{p} = \frac{K}{\tau \cdot p} (1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)$$

Ce correcteur est essentiellement théorique; il regroupe les actions des correcteurs P.I et P.D. En pratique, on traite la partie action dérivée par un effet d'avance de phase.

### 6.2. Action du correcteur

L'action de ce correcteur se fait sur toutes les fréquences. Son effet est stabilisant, il annule l'erreur statique, il contribue à augmenter la rapidité.



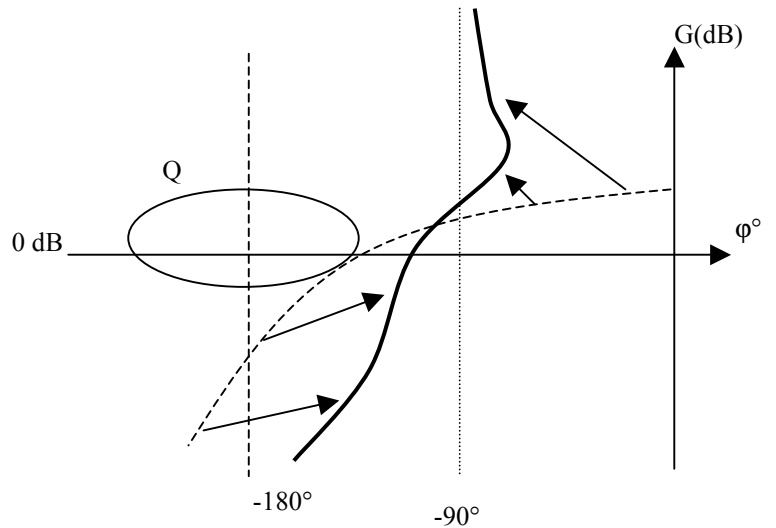
Réglage satisfaisant:

$$\frac{1}{\tau_i} < \omega_r$$

et

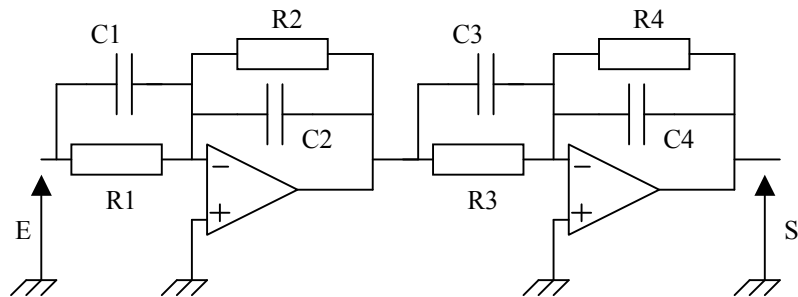
$$\frac{1}{\tau_d} < \omega_r$$

On constate, dans Black, l'augmentation de la précision statique due à l'intégration. De plus, l'avance de phase permet d'accroître le gain  $K$  et par conséquent, la pulsation de résonance  $\omega_r$  et la pulsation de coupure  $\omega_c$ .



### 6.3 Réalisation

$$C(p) = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} \cdot \frac{(1 + R_1 \cdot C_1 \cdot p)(1 + R_3 \cdot C_3 \cdot p)}{(1 + R_2 \cdot C_2 \cdot p)(1 + R_4 \cdot C_4 \cdot p)}$$



## 7. Correcteur avance et retard de phase

Ce réseau est le plus proche des réalisations physiques des P.I.D. Sa fonction de transfert s'écrit:

$$C(p) = K_n \left( \frac{1}{\tau_i p} + \frac{1 + a \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \right), \quad a > 1$$

En basses fréquences, ce correcteur à une action de type proportionnelle et intégral permettant ainsi d'avoir une bonne précision statique.

En hautes fréquences, le comportement se rapproche de celui du système à avance de phase combinant ainsi les intérêts des deux autres types de régulation.