Programmation Linéaire

I. Problèmes à deux dimensions

Résoudre graphiquement les deux problèmes d'optimisation suivant.

1)

$$\max \quad z = x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 3 \\ 3x_2 + x_1 &\leq 6 \\ 2x_2 - x_1 &\leq 2 \\ x_i &\geq 0 \qquad i = 1, 2 \end{aligned}$$

2)

$$\max \quad z = x_1 + 4x_2$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 8 \\ -2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_i &\geq 0 \qquad i = 1, 2 \end{aligned}$$

Dans chaque cas, donner la solution optimale et le bénéfice z maximal.

3) Que se passe-t-il si l'on inverse le sens d'inégalité de la troisième contrainte du problème 2 ?

II. Formulation de problème d'optimisation linéaire

1) Une entreprise fabrique et vend 2 types de peluches : des ours et des lapins. Celles-ci sont fabriquées à partir de plastique et de coton.

— Un ours nécessite $100g$ de plastique et $350g$ de coton.

— Un lapin nécessite $50g$ de plastique et $300g$ de coton.

Chaque mois, l'entreprise reçoit $90kg$ de plastique et $280kg$ de coton par son fournisseur. La capacité de stockage maximale de l'entreprise est de 700 peluches. Enfin, la vente d'un ours rapporte 30 euros tandis que la vente d'un lapin 20 euros.

Formuler le problème de programmation linéaire associé à l'énoncé permettant de déterminer la quantité d'ours et de lapins que l'entreprise doit fabriquer chaque mois pour maximiser son profit.

2) Nous considérons un problème de transport où l'on désire acheminer des marchandises depuis n dépôts vers m points de vente. Chaque transport d'un dépôt i à un point de vente j a un coût c_{ij} avec $i \in \{1, \ldots, n\}$ et $j \in \{1, \ldots, m\}$. X_i représente le stock dans chaque dépôt et D_j représente le niveau de demande pour chaque point de vente. Pour chaque couple (i, j), on définit la quantité positive de marchandises x_{ij} à transporter du dépôt i au point j.

Formuler le problème de programmation linéaire associé à l'énoncé permettant de minimiser le coût de transport tous en respectant les besoins en approvisionnement des points de vente.