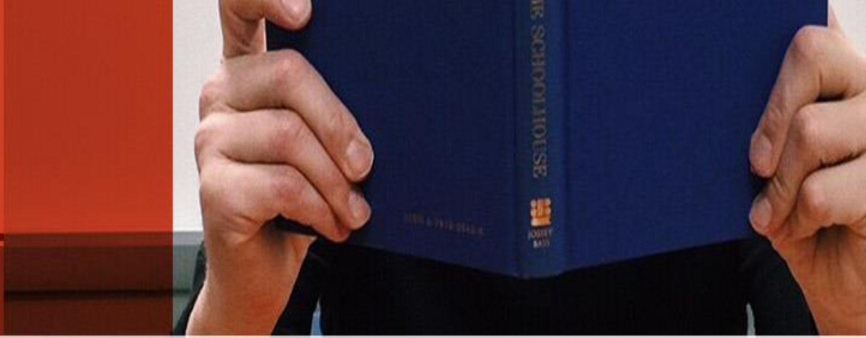
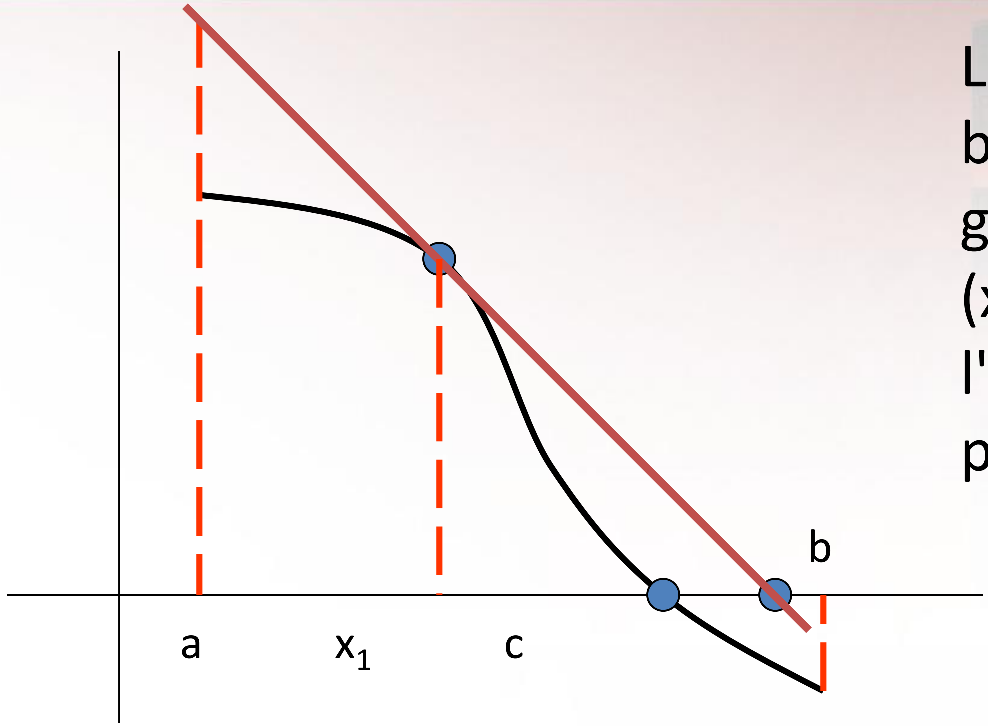
Methode de Newton



Trouver les racines ou les zéros d’une fonction …

Continue et dérivable dans un intervalle (a,b).

Hypothèse



La méthode de Newton est basée sur l'hypothèse que le graphique de f et la tangente à (x1, f (x1)) traversent tous deux l'axe des x à peu près au même point.

Équation de la tangente dans un point donné

$$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$$

$$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$$

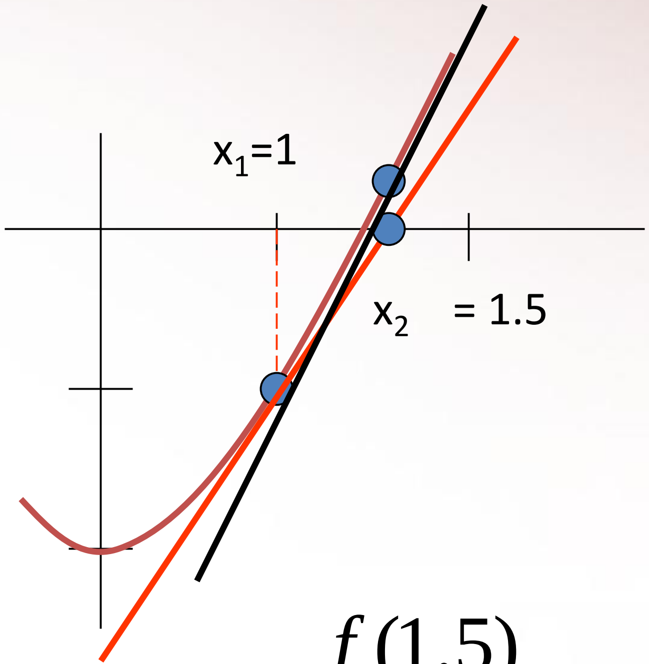
Pour y = 0 , nous avons

$$\frac{0 - f(x_1)}{f'(x_1)} = x - x_1$$

$$x = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

Ainsi, à partir de notre hypothèse initiale, nous arriver à une nouvelle estimation, x_2.

L'application répétée de ce processus s'appelle Méthode de Newton.



Ex. Calculez trois itérations par la méthode de Newton pour approximer un zéro de f (x) = x2 - 2.
Utilisez x1 = 1 comme point de départ.

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_2 = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1 - \frac{-1}{2} = 1.5$$

$$x_3 = 1.5 - \frac{f(1.5)}{f'(1.5)} = 1.5 - \frac{.25}{3}$$ = 1.416667

$$x_4 = 1.416667 - \frac{f(1.416667)}{f'(1.416667)}$$ = 1.414216

Estimer le point d'intersection des graphiques de
$y = \tan(x)$ et $y = 2x$.
Utiliser la méthode de Newton jusqu'à deux approximations successives diffèrent de moins de 0,0001.

Commencez par définir les équations les unes par rapport aux autres.

$$\tan x = 2x$$

Le problème est de savoir comment résoudre cette équation pour x.

En prenant le 2x de l'autre côté, nous avons une nouvelle équation c'est = à 0.

$$\tan x - 2x = 0$$

Maintenant, nous pouvons utiliser la méthode de Newton et résoudre pour x.

Utilisez la supposition initiale de 1,25

$\tan x - 2x = 0$ $f'(x) = \sec^2 x - 2$

$x_1 = 1.25$

$$x_2 = 1.25 - \frac{f(1.25)}{f'(1.25)}$$

À l'aide d'une calculatrice graphique !!!

$$y_1 = x - \frac{(\tan x - 2x)}{\left(\frac{1}{(\cos x)^2} - 2\right)}$$

$x_2 = 1.186758$

$x_3 = 1.167026$

$x_4 = 1.165568$

$x_5 = 1.165561$

Ainsi, le point approximatif de l'intersection est
$x = 1.165561$ et $y = 2.33112$