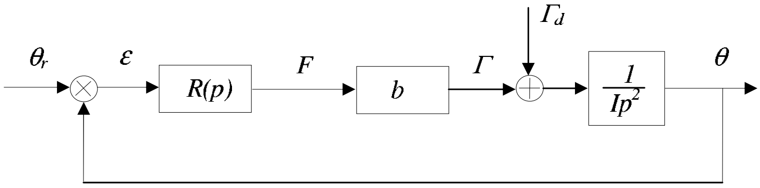
BE2: Correction

1. on a $\Gamma = F.b$ et donc le schéma bloc



2. Réglage par gain: $R(p) = K$

$$\frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{Kb}{Ip^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\theta(p)}{\theta_r(p)} = \frac{Kb}{Ip^2 + Kb}$$

   donc

$$p = \pm \jmath \sqrt{\frac{Kb}{I}} = \pm \jmath 10 \sqrt{K}$$

   on est en limite de stabilité $\forall K$
   Faire tracer rapidement le diagramme de Bode et le lieu des racines

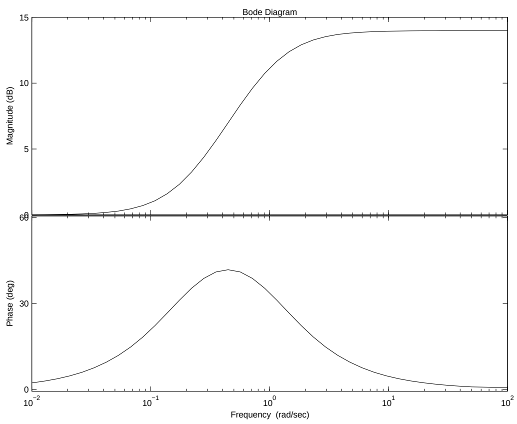
3. Régime statique: 2 intégrateurs donc $\varepsilon_p = \varepsilon_v = 0$.
   Erreur d'accélération: $\varepsilon_a = \frac{I}{Kb}$
   Consigne nulle et perturbation constante:

$$\theta(p) = \frac{1}{Ip^2 + Kb} \Gamma_d(p) \qquad \rightarrow \qquad \theta(\infty) = \lim_{p \to 0} p \frac{1}{Ip^2 + Kb} \frac{1}{p} = \frac{1}{bK}$$

   On a donc un régime harmonique pour $\theta(t)$, avec une valeur moyenne de $\frac{1}{bK}$

4. Avance de phase: $R(p) = \frac{1+aTp}{1+Tp}$

   Expliquer rapidement le principe de l'avance de phase et son réglage



   on a $\phi_{max} = \frac{a-1}{a+1}$ et donc $a = \frac{1-\sin\phi_{max}}{1+\sin\phi_{max}}$.
   On veut $\phi = \phi_{max} = 45°$ donc $a = 5{,}8$. Pour compenser la modification de fréquence de coupure

due à l'augmentation de gain du régulateur, on cherche la nouvelle fréquence de coupure qui sera celle pour laquelle $|G(\jmath\omega)| = -10\log a$. On a $-10\log a = -7{,}6dB$

$$|\frac{10}{(\jmath\omega)^2}| = 40 - 40\log(\omega) = -7{,}6 \qquad \rightarrow \qquad \omega_c = 15{,}5rd/s$$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{a}T} \qquad \rightarrow \qquad T = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_c} = 0{,}027s$$

Finalement

$$R(p) = \frac{1 + 0{,}15p}{1 + 0{,}027p}$$

Equation caractéristique en boucle fermée:

$$\psi(p) = p^2 1 + 0{,}027p + 100(1 + 0{,}15p) = 0{,}027p^3 + p^2 + 15p + 100$$

d'où les racines:

$$\begin{array}{llll} p_1 = -17{,}3 & & & \\ p_{2,3} = -9{,}8 \pm \jmath 10{,}8 & \rightarrow & \xi = 0{,}67 & \omega_n = 14{,}6rd/s \end{array}$$

On en déduit $t_{95} = 0{,}3s$

5. $R(p) = 1 + 0{,}15p$ donne $\psi(p) = p^2 + 15p + 100$, et donc $\xi = 0{,}75$ et $\omega_n = 10rd/s$

   Cette question sert de transition et d'introduction à la commande à retour d'état

6. Représentation d'état:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 100 & 0 \end{pmatrix} x$$

   avec $u = F, y = \theta, x = \begin{pmatrix} \theta/100 \\ \dot{\theta}/100 \end{pmatrix}$

7. Commande:

$$\psi(p) = p^2 + 2\xi\omega + \omega = p^2 + 15p + 100$$

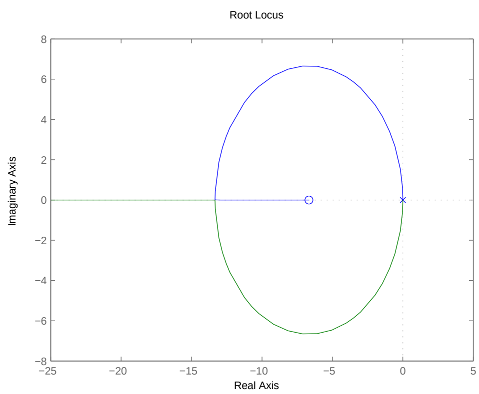
$$\varphi(p) = p^2$$

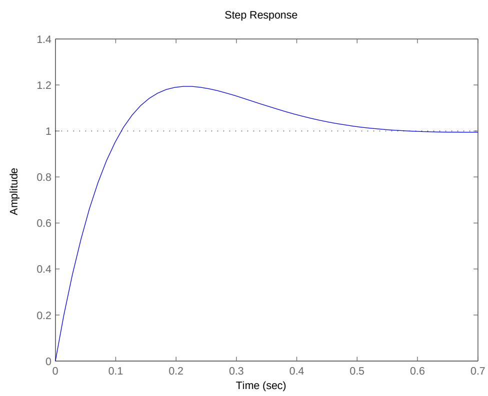
$$\Longrightarrow K = \begin{pmatrix} 100 & 15 \end{pmatrix}^T$$

$u = \theta_r - \begin{pmatrix} 100 & 15 \end{pmatrix} x \qquad \Longleftrightarrow \qquad F = \theta_r - 100\frac{\theta}{100}\text{-}15\frac{\dot{\theta}}{100} = \theta_r - \theta - 0{,}15\dot{\theta}$
ou encore $F(p) = \theta_r(p) - (1 + 0{,}15p)\theta(p)$

Parler de l'effet Proportionnel-Dérivé du placement de pôle et de sa généralisation $PD\dot{D}...D^{n-1}$

Lieu des racines et réponse indicielle boucle fermée avec $R(p) = 1 + 0{,}15p$





Lieu des racines et réponse indicielle boucle fermée avec $R(p) = \frac{1+0{,}15p}{1+0{,}027p}$