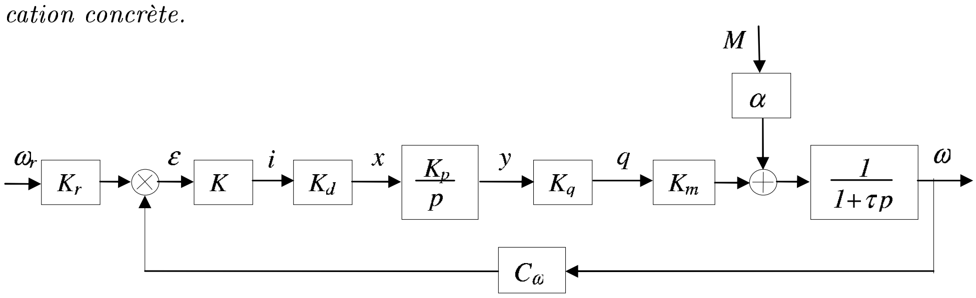
BE1: Correction

1. masse négligeable $\Rightarrow \tau_p \approx 0 \Rightarrow \dot{y} \approx K_p x$
   pulsation ω_d très grande $\Rightarrow \frac{1}{\omega_d} \approx 0 \Rightarrow x \approx K_d i$

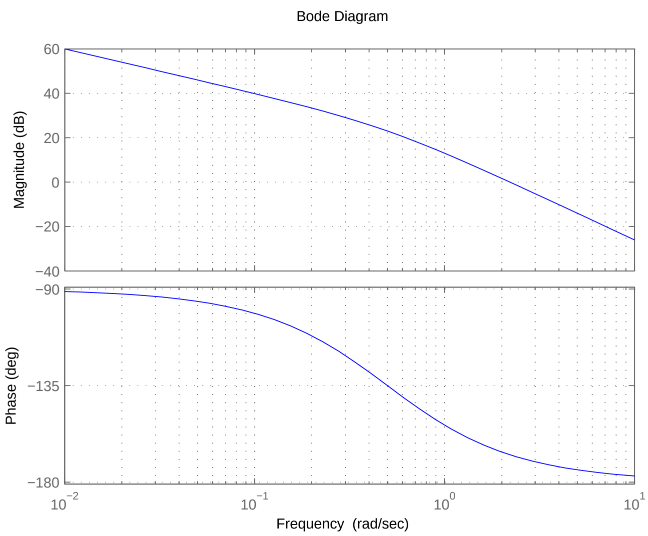
   Ces hypothèses ont un caractère "relatif" qu'il convient de justifier a posteriori lors d'une application concrète.



2. Grace au théorème de superposition (à expliquer et commenter), on obtient:

$$\omega(p) = \frac{\alpha p}{\tau p^2 + p + K_m K_q K_p K_d K C_\omega} M(p) + \frac{K_m K_q K_p K_d K K_r}{\tau p^2 + p + K_m K_q K_p K_d K C_\omega} \omega_r(p)$$

3. Tracé asymptotique du diagramme de Bode pour $K = 1$ de $F(p) = \frac{10}{p(1+2p)}$ donne:



   - marge de gain $M_g = \infty$
   - marge de phase $M_\varphi = 12°$
   - pulsation de coupure $\omega_c \approx 2 rad/s$

   Pour avoir une marge de phase $M_\varphi = 45°$, il faut avoir une pulsation de coupure $\omega_c \approx 0{,}5 rad/s$, donc "baisser" la courbe de gain de $23dB$. Donc $K = -23dB$, c'est à dire $K = 0{,}07$.
   Bande passante $\omega_{3dB} \approx 0{,}6 rad/s$
   Temps de réponse à 95%: $t_{95} = \frac{3}{\xi\omega_n}$ pour un second ordre. Ici, le polynôme caractéristique en BF est $\psi(p) = 2p^2 + p + 10K = p^2 + 0{,}5p + 0{,}35 = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2$.
   Donc $t_{95} = \frac{3}{0{,}25} = 12s$

On note que le terme en p est indépendant de K, donc le produit $\xi\omega_n$ aussi, de même que t_{95}. Cette indépendance du temps de réponse par rapport au réglage du gain peut être retrouvée facilement par le tracé du lieu des racines!

Erreur de position: $p\varepsilon(p) \longrightarrow 0$ quand $p \longrightarrow 0 \Rightarrow \varepsilon_p = 0$
Erreur de vitesse: $p\varepsilon(p) \longrightarrow \frac{1}{10K}$ quand $p \longrightarrow 0 \Rightarrow \varepsilon_v = 1{,}4$

4. Système perturbé: en prenant une consigne nulle ($\omega_r = 0$), on a $\omega = \varepsilon$ au signe près, donc

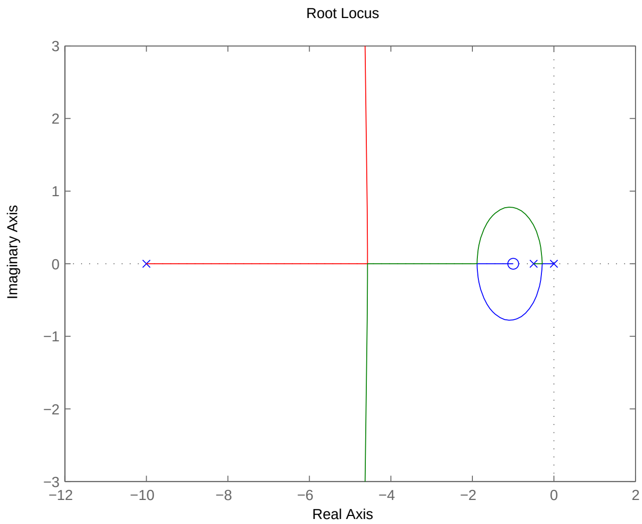
$$\omega(p) = \frac{0{,}5p}{2p^2 + p + 10K} M(p) \qquad \textit{avec} \qquad M(p) = \frac{50}{p^2}$$
$$\omega(p) = \frac{25}{(2p^2 + p + 10K)p}$$

donc

$$\varepsilon_v = \lim_{p \to 0} p\omega(p) = \frac{25}{10K}$$

Pour avoir $\varepsilon_v \leq 2$, il faut prendre $K \geq 1{,}25$, mais la marge de phase sera très faible, donc mauvaise solution.

5. la spécification sur le temps de réponse ($t_{95} \leq 3$) implique une constante de temps dominante supérieure à 1 seconde et donc un pôle dominant supérieur à 1 en module. $(1 + Tp)$ va fixer un point d'arrêt pour le lieu des racines:on peut le placer tel que $\frac{1}{T} = -1$ par exemple, donc $T = 1$.



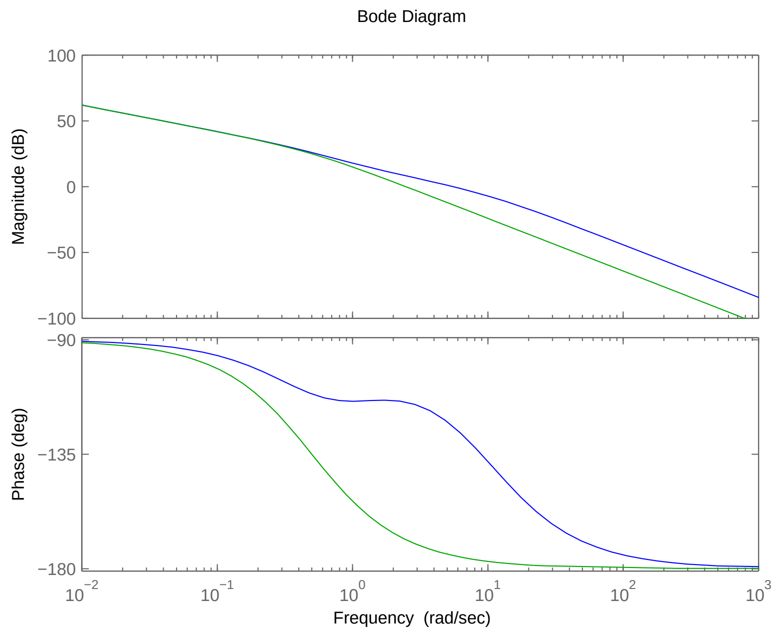
Quelque soit le gain K, les spécifications statiques sont atteintes.

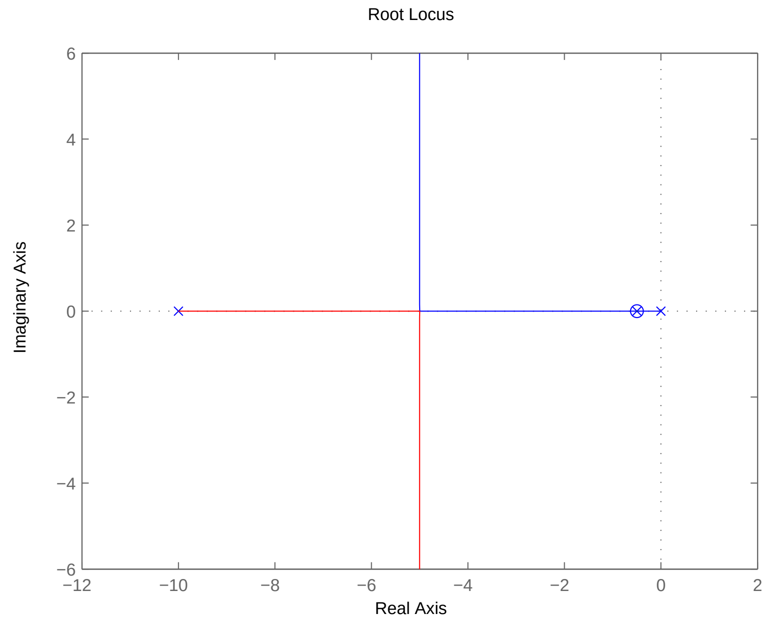
On peut revenir sur l'interprétation du régulateur avance de phase et faire le lien Evans-Bode

Diagramme de Bode pour

$$FTBO(p) = \frac{12{,}5}{p(1 + 2p)} \quad (\textit{vert}) \qquad FTBO(p) = \frac{12{,}5}{p(1 + 2p)} \frac{1 + p}{1 + 0{,}1p} \quad (\textit{bleu})$$

Le cas $T = 2$ correspond à une annulation exacte pôle-zéro.


Bode Diagram
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/sec)
100
50
0
−50
−100
−90
−135
−180
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}


Root Locus
Imaginary Axis
Real Axis
6
4
2
0
−2
−4
−6
−12
−10
−8
−6
−4
−2
0
2