

# Apport d'une approche à objets fondée sur les réseaux de Petri à l'analyse des systèmes hybrides

E. VILLANI<sup>2</sup>, J. C. PASCAL<sup>1</sup>, P. E. MIYAGI<sup>2</sup>, R. VALETTE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes - CNRS  
7, Avenue du Colonel Roche, 31077 Toulouse Cedex 4, France

<sup>2</sup> Escola Politecnica da Universidade de São Paulo  
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 São Paulo, Brésil

evillani@laas.fr, jcp@laas.fr, pemiyagi@usp.br, robert@laas.fr

**Résumé**— Cet article présente une approche pour l'analyse des systèmes hybrides à partir d'un modèle fondé sur les réseaux de Petri pour la partie discrète et sur les équations algébro-différentielles pour la partie continue. Le modèle est structuré par l'utilisation d'une approche à objets. Au moyen d'un exemple concernant un système d'air conditionné, il est montré qu'une preuve complexe peut se décomposer en une suite de preuves plus élémentaires portant soit sur la partie discrète, soit sur la partie continue. Il devient possible d'envisager l'analyse du système non plus dans sa globalité mais en s'appuyant sur les objets résultant de sa décomposition.

**Mots clés**— Systèmes hybrides, approche à objets, réseau de Petri, analyse.

## I. INTRODUCTION

Pendant la dernière décennie, l'intérêt pour les systèmes hybrides a considérablement augmenté avec l'évolution de systèmes de production intégrant des procédés de différentes natures, tels que discret, continu ou *batch*. Pour répondre à cette demande, de nombreux formalismes ont été proposés pour la modélisation de systèmes hybrides [1].

Toutefois, les méthodes de vérification et de validation des modèles proposés n'ont pas connu le même développement et la simulation reste aujourd'hui l'approche la plus courante pour l'analyse de ces systèmes.

De nombreux outils de simulation s'appuyant sur divers formalismes ont été développés. Mais la simulation ne peut pas garantir l'existence de propriétés nécessaires au bon fonctionnement du système quel que soit son comportement.

En ce qui concerne les méthodes d'analyse formelles, le problème fut tout d'abord abordé pour des systèmes à événements discrets associés à des horloges définies sur un temps dense. Dans [2] l'utilisation des graphes de région recouvrant de façon finie l'ensemble des états accessibles (ensemble infini avec le temps dense) permet de prouver certaines propriétés. Il a été montré que dans le cas des automates temporisés les propriétés restent décidables, mais que par contre elles cessaient de l'être pour les automates hybrides car la finitude n'est plus garantie.

Face au fait que les propriétés ne sont pas nécessairement décidables, nous avons choisi de travailler avec un modèle plus réaliste, offrant plus de possibilités de représentation. Ce modèle est fondé sur des réseaux de Petri pour la partie discrète, ce qui permet de mettre en évidence le parallélisme, et sur des équations algébro-différentielles associées aux places

du réseau pour représenter la dynamique continue. Au lieu de restreindre le pouvoir de description de base (celui des automates temporisés) nous avons choisi de fixer des règles garantissant une forte structuration du modèle en espérant par ce biais pouvoir tout de même faire des preuves formelles.

L'approche proposée est basée sur l'utilisation des méthodes orientées objets pour la modélisation et la décomposition du système. Elle permet d'aborder la modélisation du système, dont la complexité ne cesse de croître, de façon structurée. De plus, il devient possible d'envisager l'analyse du système non plus dans sa globalité mais en s'appuyant sur les objets résultant de sa décomposition.

Cet article est organisé comme suit : dans la section 2 nous présentons brièvement l'approche développée pour la modélisation des systèmes hybrides. Ensuite, dans la section 3 la méthode développée pour la vérification des propriétés du système est discutée. Pour illustrer son utilisation, la section 4 présente un exemple. Enfin, une conclusion indique les perspectives de travaux.

## II. L'ORIENTATION OBJET POUR LES SYSTEMES HYBRIDES

Le choix du formalisme utilisé pour la modélisation d'un système est un point clé dans un projet. Entre autres, il détermine comment le système sera analysé.

### A. Les réseaux de Petri Prédicat Transition Différentiels

Parmi les formalismes proposés pour la modélisation des systèmes hybrides nous avons choisi les réseaux de Petri Prédicat Transition Différentiels [3]. Ce formalisme associe un modèle à événements discrets, les réseaux de Petri, et un modèle continu, les systèmes d'équation algébro-différentielles. Il conserve les avantages des réseaux de Petri, comme outil de représentation du parallélisme, et garde toutes les potentialités de modélisation des équations algébro-différentielles.

Brièvement, les principales caractéristiques des réseaux de Petri Prédicat Transition Différentiels sont les suivantes :

- à chaque réseau est associé un ensemble de variables formelles ( $V_i$ );
- à chaque place ( $P_i$ ) est associé un ensemble de variables formelles ( $X_i$ ), qui est un sous-ensemble de  $V_i$ ;
- à chaque place ( $P_i$ ) est associé un système d'équations algébro-différentielles ( $F_i$ ) qui définit la dynamique des variables  $X_i$  liée aux jetons dans  $P_i$  au temps ( $\theta$ ):

$$F_i(\dot{X}_i, X_i, \theta) = \begin{bmatrix} f_{i_1}(\dot{X}_i, X_i, \theta) = 0 \\ \vdots \\ f_{i_n}(\dot{X}_i, X_i, \theta) = 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

- à chaque transition ( $T_i$ ) est associée une fonction de sensibilisation ( $e_i$ ) qui est un prédicat pour son franchissement et qui dépend des variables associées aux jetons des places d'entrée ( $X_{input_i}$ ).

$$e_i(X_{input_i}, \theta) <, =, > 0 \quad (2)$$

- à chaque transition ( $T_i$ ) est associée une fonction de jonction ( $j_i$ ) qui définit les valeurs des variables associées aux jetons des places de sortie ( $X_{output_i}$ ) après le franchissement de la transition:

$$X_{output_i}(\theta^+) = j_i(X_{input_i}(\theta^-)) \quad (3)$$

### B. Application des concepts orientés objets aux réseaux de Petri Prédicat Transition Différentiels

La construction et l'analyse d'un modèle de système complexe sous la forme d'un unique réseau de Petri Prédicat Transition Différentiel global n'est pas envisageable. Dans ce contexte, une approche modulaire a été présentée en [3]. Comme une évolution de cette approche, nous avons introduit les concepts d'orientation objet pour la décomposition de tels modèles [4]. Brièvement, le modèle du système doit être construit comme un ensemble d'objets qui interagissent pour exécuter les diverses tâches du système. Basés sur la définition de classes et d'objets [5] ces concepts sont associés aux réseaux Prédicat Transition Différentiels en considérant que :

- Le comportement dynamique d'une classe (C) est modélisé par un réseau de Petri Prédicat Transition Différentiel ( $N_C$ );
- Les attributs d'une classe C sont définis par l'ensemble des variables formelles du réseau ( $V_C$ );
- La première variable de l'ensemble des variables associées à un jeton est l'identité de l'objet : un objet d'une classe est représenté par un jeton dans le réseau de la classe (ou par un ensemble de jetons ayant la même identité).

Les communications entre les objets peuvent être discrètes ou continues. La communication discrète est représentée par un appel de méthode offerte par l'interface d'un autre objet et a été présentée dans [6]. La méthode offerte et l'appel de la méthode sont modélisés par deux transitions : une dans l'objet qui possède la méthode et l'autre dans l'objet qui l'appelle. Ces deux transitions sont alors fusionnées. Les communications continues sont modélisées par le partage de variables continues entre les classes. Ces variables peuvent intervenir dans les fonctions de jonction, les systèmes d'équations algèbro-différentielles et les fonctions de sensibilisation.

## III. L'ANALYSE DU SYSTEME

### A. La décomposition orientée objet du système

Du point de vue de l'analyse du modèle, le grand avantage de l'approche orientée objet est que fréquemment un problème de vérification d'une propriété d'un système complexe peut être traité à un niveau local. C'est-à-dire à l'intérieur d'un seul objet ou d'un petit nombre d'objets qui doivent être considérés simultanément. Cette affirmation est basée sur deux caractéristiques de l'approche orientée objet qui doivent être considérées lors de la définition des objets :

- L'ensemble des objets définis pour représenter un système doit avoir une forte relation/correspondance avec les

entités réelles/physiques du système [6]. Cette propriété aide à l'identification des objets qui doivent être considérés pour la vérification d'une propriété.

- Les objets doivent avoir une forte cohésion interne et une faible connexion avec les autres objets. Cette propriété garantit un nombre minimal d'objets à considérer pour prouver une propriété.

Dans le cadre d'une modélisation fondée sur les réseaux de Petri Prédicat Transition Différentiels ces caractéristiques de l'approche orientée objet sont garanties par le respect d'un ensemble de règles pour la construction des réseaux associés aux classes. Ce sujet a été traité dans [7]. Nous présentons ici un bref résumé. Dans un premier temps, les classes doivent être définies en considérant que :

- les réseaux qui modélisent le comportement des objets doivent avoir les bonnes propriétés (vivants et bornés).
- il ne peut pas y avoir d'interaction continue entre les objets, i.e., il n'y a aucune variable continue partagée entre les objets des réseaux.
- les communications discrètes entre les objets (les appels des méthodes) doivent être faibles.

Ces restrictions rendent les objets les plus indépendants possible. Cependant, elles peuvent rendre tout découpage en objet impossible et, en ce qui concerne l'analyse, cela ramènerait à l'analyse globale d'un seul système.

Il est alors possible d'être moins exigeant sur l'autonomie des objets de façon à trouver un compromis entre modularité et indépendance entre les objets. Du point de vue de l'analyse, cela signifie que les propriétés principales ne seront pas nécessairement prouvables en considérant un seul objet, mais qu'elles pourront être prouvées en considérant un petit nombre d'objets sans avoir à considérer le système dans son ensemble.

Comme exemple de relâchement de la contrainte d'autonomie, on peut considérer que les objets peuvent avoir des interactions continues (partage de variables continues, c'est-à-dire un objet 1 qui utilise une variable continue qui est une variable de sortie d'un objet 2), mais seulement pendant des intervalles de temps finis. En dehors de ces intervalles, la variable devient un paramètre, c'est-à-dire qu'elle est constante.

Si cela est encore insuffisant pour permettre un découpage, on peut alors supposer que les interactions continues sont possibles sur tout l'horizon temporel, mais que tout cycle fermé de partage de variables continues est interdit (un tel cycle correspond à un objet 1 qui utilise une variable de sortie d'un objet 2 qui utilise une variable d'un objet 3 qui lui-même utilise une variable de l'objet 1).

### B. Les approches d'analyse

Une fois que la modélisation et la définition des objets ont été faites avec les règles présentées, nous proposons la vérification d'une propriété selon une des approches suivantes :

**Approche 1** - La propriété à vérifier concerne les états discrets du système et aucune hypothèse sur la partie continue n'est nécessaire à la preuve. On exploite donc d'abord la modularité entre partie discrète et partie continue. La modularité apportée par les objets peut également être exploitée si la preuve ne dépend que du réseau de Petri d'un objet ou d'un sous-ensemble d'objets.

**Approche 2** - La propriété à vérifier dépend de la partie continue du modèle du système. Par contre, elle est interne à un objet et ne dépend pas de son interaction avec les autres objets. C'est un cas simple où les approches présentées dans [8] pour les automates hybrides peuvent être appliquées en considérant

le graphe des marquages du réseau de Petri décrivant le comportement de l'objet.

**Approche 3** - La propriété concerne un seul objet, mais pour la prouver il faut faire une hypothèse sur le domaine des valeurs d'une ou plusieurs variables partagées. Ces hypothèses deviennent des preuves à effectuer sur les objets dont ces variables sont variables de sortie (obligations de preuve). Il est clair que l'absence de cycle est essentielle pour que cette approche soit possible. On aura alors un arbre de preuves à effectuer, les feuilles étant des preuves internes à des objets selon l'approche 1.

**Approche 4** - Comme dans le cas précédent, la propriété ne concerne qu'un seul objet, mais à cause de la complexité des équations algèbro-différentielles, il n'est pas possible de donner une condition explicite sur le domaine des valeurs des variables partagées pour que la preuve soit faisable. Il est alors nécessaire d'utiliser les causalités (liens de dépendance permettant le calcul des variables continues) dans l'autre sens. A partir d'un état initial on calcule l'évolution continue dans un objet puis, connaissant la dynamique des variables de sortie de cet objet, on propage vers les autres objets jusqu'à celui qui est concerné par la propriété à prouver. La preuve ne sera alors faite que pour un comportement donné.

**Approche 5** - La propriété concerne un groupe de deux objets ou plus. Il est alors nécessaire de construire le modèle du groupe d'objets, par exemple sous la forme d'un automate hybride, avant de faire la preuve.

Nous allons illustrer les approches 1 et 3 sur un exemple.

#### IV. EXEMPLE

Il s'agit d'un système de conditionnement d'air d'un hôpital. Le système global est composé d'une centrale de production d'eau froide et d'un ensemble de salles où la température doit être régulée avec des règles particulières. Nous allons prendre comme exemple la salle de chirurgie. Son système est composé de deux ventilateurs et d'un échangeur de chaleur. Il est représenté sur la figure 1.

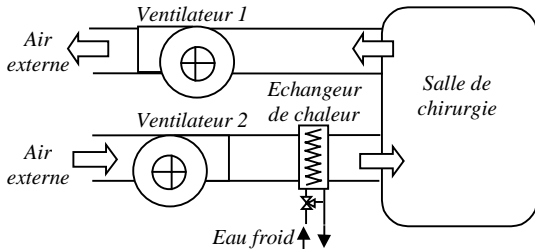


Figure 1. Système d'air conditionné pour la salle de chirurgie.

Le principe de fonctionnement est le suivant. L'air est évacué de la salle de chirurgie vers l'extérieur par le ventilateur de retour (ventilateur 1). Simultanément, le ventilateur 2 souffle de l'air, réfrigéré par l'échangeur de chaleur, dans la salle. Comme il s'agit d'une zone où le risque de contamination par des germes pathogènes est élevé, le système ne fonctionne jamais en circuit fermé, c'est-à-dire que l'air évacué de la salle est toujours envoyé vers l'extérieur.

Une autre caractéristique est que, lors de certaines opérations de chirurgie, le risque de contamination de l'air est élevé et pour éviter que cette contamination ne se propage vers d'autres parties de l'hôpital, la pression de la salle de chirurgie doit être plus faible que celle du reste du bâtiment. Cette différence de pression est obtenue en maintenant la vitesse de rotation du ventilateur 1 plus élevée que celle du ventilateur 2. Le flux d'air évacué est supérieur à celui d'air introduit.

Dans le cas de ce système, nous proposons un modèle formé de 4 classes : l'échangeur de chaleur, le ventilateur, la salle de chirurgie et le commutateur.

#### Modèle de la classe Commutateur

Le réseau de Petri de cette classe est donné par la figure 2. Un objet de cette classe peut se trouver dans 3 états principaux: *OFF* ( $P_1$ ) - arrêt du système, *ON* ( $P_5$ ) - le conditionnement d'air est en fonctionnement, et *DP* ( $P_{12}$ ) - le conditionnement est en fonctionnement et la pression de la salle de chirurgie est inférieure à celle du reste du bâtiment. Ce modèle étant de nature discrète, il n'y a pas d'équations associées aux places. Les transitions blanches représentent les méthodes offertes par la classe *Commutateur*. Les flèches associées aux transitions noires indiquent les appels à des méthodes d'autres classes. L'étiquette associée à la flèche spécifie la transition correspondant à la méthode appelée et l'identité de l'objet offrant cette méthode ( $V_1$ : Ventilateur 1,  $V_2$ : Ventilateur 2,  $E$ : Echangeur de chaleur). Les communications entre les objets sont donc synchrones [6]. La branche allant de  $t_1$  à  $t_4$  du réseau de la classe *Commutateur* correspond à une méthode qui commande les ventilateurs  $V_1$  et  $V_2$  en vitesse normale et met l'échangeur de chaleur  $E$  en marche.

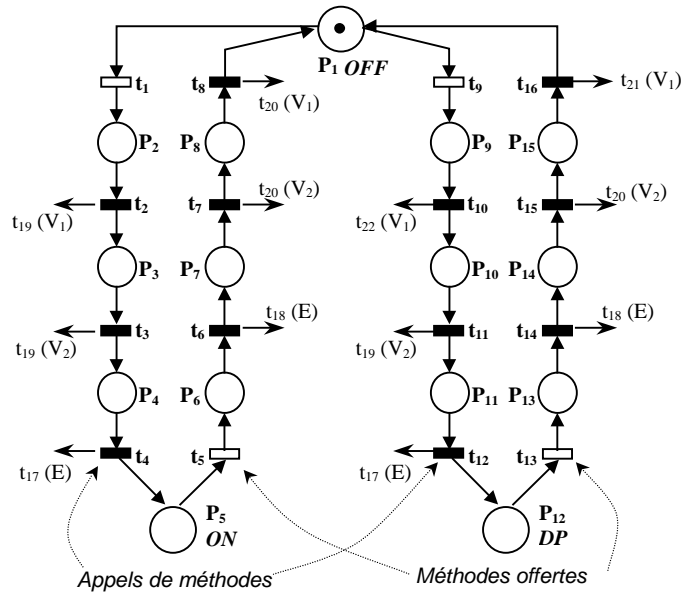
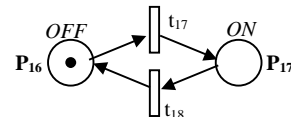


Figure 2. Modèle de la classe Commutateur.

#### Modèle de la classe échangeur de chaleur

L'échangeur possède 2 états discrets : *ON* ( $P_{16}$  - quand l'eau froide circule) et *OFF* ( $P_{17}$  - quand le débit d'eau froide dans l'échangeur est nul). Des systèmes d'équations sont associés à ces états. Deux méthodes sont offertes aux autres objets : *Mise\_en\_marche* ( $t_{17}$ ) et *Arrêt* ( $t_{18}$ ). Le réseau de Petri Prédicat Transition Différentiel correspondant est donné par la figure 3.



Fonction de jonction associée à  $t_{18}$  :  $Q_{ec} = 0$   
 Fonction de jonction associée à  $t_{17}$  :  $\theta_{aux1} = 0$   
 Système d'équations associé à  $P_{17}$  :

$$\dot{\theta}_{aux1} = 1$$

$$Q_{ec} = Q_T * \left(1 - \frac{1}{\theta_{aux1} + 1}\right) * \left(\frac{2 * m_{air}}{m_{air} + m_T}\right)$$

Figure 3. Modèle de la classe Echangeur de chaleur.

Dans les systèmes d'équations du réseau de la Figure 3 :

– Variables externes :

- $m_{air}$  – débit massique d'air ;

– Variables internes et de sortie de l'objet :

- $Q_{ec}$  – charge thermique de l'échangeur de chaleur ;
- $\theta_{aux1}$  – variable qui représente le temps écoulé depuis la dernière mise en marche de l'échangeur (tir de  $t_{17}$ ).

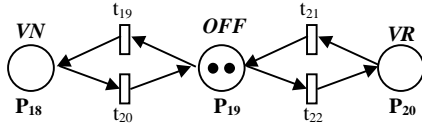
– Constantes :

- $Q_T$  – charge thermique de l'échangeur de chaleur en régime permanent ;
- $m_T$  – débit d'air théorique pour que  $Q_T$  soit atteinte ;

On considère que l'échangeur peut retirer de la pièce une certaine charge thermique  $Q_T$ , qui peut varier en fonction du débit d'air le traversant. Ce modèle est très simplifié et suppose que, pour retirer cette charge, la température extérieure et celle de la pièce ne dépassent pas une certaine limite.

#### Modèle de la classe Ventilateur

Chaque ventilateur (V1 et V2) peut avoir 3 états différents: OFF ( $P_{19}$ ), VN ( $P_{18}$  - vitesse normale) et VR ( $P_{20}$  - vitesse rapide). Nous considérons que dans chaque configuration le débit d'air provoqué par le ventilateur est constant. Le modèle de cette classe est donné par la figure 4 (où  $m_{VN}$  et  $m_{VR}$  sont constantes).



Fonction de jonction de  $t_{19}$  :  $m_{air} = m_{VN}$

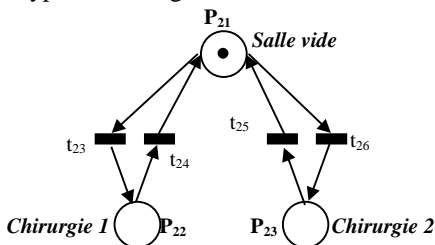
Fonction de jonction de  $t_{20}$  et  $t_{21}$  :  $m_{air} = 0$

Fonction de jonction de  $t_{22}$  :  $m_{air} = m_{VR}$

Figure 4. Modèle de la classe Ventilateur.

#### Modèle de la classe Salle de Chirurgie

La salle de chirurgie peut avoir 3 états qui correspondent à trois différentes formes d'utilisation et à trois profils différents de la charge thermique qui doit être compensée par la réfrigération. Ces états sont : Salle vide ( $P_{21}$  - il n'y a personne et aucun équipement n'est allumé dans la salle), Chirurgie 1 ( $P_{22}$  - un type de chirurgie qui nécessite la présence de nombreuses personnes dans la salle), Chirurgie 2 ( $P_{23}$  - un type de chirurgie qui utilise beaucoup d'équipements). Le modèle de cette classe est représenté sur la figure 5. Dans ce modèle nous considérons que les opérations chirurgicales commencent à  $\theta_i$  et finissent à  $\theta_f$  (fonctions de jonction de  $t_{23}$ ,  $t_{24}$ ,  $t_{25}$ , et  $t_{26}$ ). Le choix du type de chirurgie est aléatoire.



Système d'équations associé à  $P_{21}$  :

$$\dot{\theta}_{aux2} = 1$$

$$Q_{rad} = C_1 * \sin(C_2 * \theta + C_3)$$

$$\dot{T}_s = C_4 * (Q_{ec} + Q_{rad})$$

Système d'équations associé à  $P_{22}$  :

$$\dot{\theta}_{aux2} = 1$$

$$Q_{rad} = C_1 * \sin(C_2 * \theta + C_3)$$

$$\dot{T}_s = C_4 * (Q_p + Q_{ec} + Q_{rad})$$

Système d'équations associé à  $P_{23}$  :

$$\dot{\theta}_{aux2} = 1$$

$$Q_{rad} = C_1 * \sin(C_2 * \theta + C_3)$$

$$Q_{eq} = C_5 + C_6 * (\theta_{aux2} - \theta_i)$$

$$\dot{T}_s = C_4 * (Q_{eq} + Q_{ec} + Q_{rad})$$

Fonction de sensibilisation de  $t_{23}$  et  $t_{26}$  :  $\theta_{aux2} = \theta_i$

Fonction de sensibilisation de  $t_{24}$  et  $t_{25}$  :  $\theta_{aux2} = \theta_f$

Fonction de jonction de  $t_{26}$  :  $Q_{eq} = 0$

Fonction de jonction de  $t_{24}$  et  $t_{25}$  :  $\theta_{aux2} = 0$

Figure 5. Modèle de la classe Salle de Chirurgie.

Dans les systèmes d'équations du réseau de la Figure 5 :

– Variables externes :

- $Q_{ec}$  – charge thermique de l'échangeur de chaleur ;
- $\theta_{aux2}$  – variable qui représente le temps écoulé depuis le fin de la dernière chirurgie (tir de  $t_{24}$  ou de  $t_{25}$ ).

– Variables internes de l'objet :

- $T_s$  – température dans la salle de chirurgie ;
- $Q_{eq}$  – charge thermique libérée par les équipements ;
- $Q_{rad}$  – charge thermique de radiation ;

– Constantes :

- $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$  – paramètres ;
- $Q_p$  – charge thermique libérée par les personnes, considérée constante.

Ce modèle suppose que les parois de la salle de chirurgie sont adiabatiques. On considère que le seul échange de chaleur par radiation se fait à travers les fenêtres ( $Q_{rad}$ ).

La figure 6 montre les variables continues partagées entre les objets de cet exemple. Un arc associé à une variable  $V$  et liant un objet  $X$  à un objet  $Y$  indique que  $X$  permet de calculer  $V$  et fournit sa valeur à  $Y$ . Nous voyons qu'il n'existe aucun cycle.

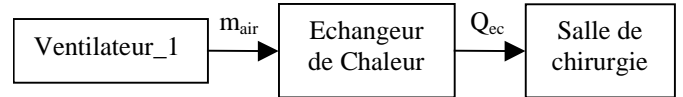


Figure 6. Variables continues partagées.

#### Exemple 1 (illustration de l'approche 1) :

Dans cet exemple la propriété qui doit être vérifiée est la suivante : le ventilateur 2 doit toujours être allumé quand l'échangeur de chaleur est en service. Du point de vue du système réel, si cette condition n'est pas respectée, il y a un gaspillage d'énergie.

En plus des réseaux des classes Ventilateur et Echangeur de chaleur, le modèle à analyser doit inclure le réseau de la classe Commutateur qui modifie l'état du ventilateur 2 et de l'échangeur de chaleur. Comme il y a deux ventilateurs, pour faire la vérification avec le réseau de Petri ordinaire, le réseau de la classe correspondante devrait être dupliqué. Toutefois, le réseau du Ventilateur 1 n'interfère pas dans le fonctionnement du Ventilateur 2 et de l'Echangeur de chaleur, donc il n'a pas besoin d'être pris en considération. Comme toutes les communications sont synchrones et statiques (le nom du destinataire n'est pas calculé), la construction du réseau de Petri global représentant l'interaction entre les objets se fait par fusion des transitions. On fusionne les couples suivants : ( $t_3 - t_{19}$ ), ( $t_4 - t_{17}$ ), ( $t_6 - t_{18}$ ), ( $t_7 - t_{20}$ ), ( $t_{11} - t_{19}$ ), ( $t_{12} - t_{17}$ ), ( $t_{14} - t_{18}$ ), ( $t_{15} - t_{20}$ ). Certaines méthodes peuvent être utilisées plus d'une



### Analyse de l'objet Ventilateur 2

L'exemple de preuve précédent nous a montré que lorsque l'Echangeur de chaleur était dans l'état ON, le Ventilateur 2 était nécessairement dans l'état VN. Dans cet état, la variable  $m_{\text{air}}$  est une constante égale à la valeur  $m_{\text{VN}}$ . On trouve donc finalement une condition sur cette valeur :

$$m_{\text{VN}} \geq \frac{A * m_{\text{T}}}{Q_{\text{T}} * 2 * (\theta_i - \ln(\theta_i + 1)) - A} \quad (10)$$

Si cette condition est respectée quand on remplace les constantes par des valeurs numériques, la propriété est vérifiée.

### Limitations de l'approche 3 :

Imaginons qu'il soit nécessaire d'utiliser un modèle continu dynamique plus précis [9] tel que la charge thermique de l'air conditionné soit calculée en fonction de la différence de température entre l'air qui sort de l'échangeur de chaleur ( $T_{\text{ec}}$ ) et l'air de la salle de chirurgie et tel que la température de l'air à la sortie de l'échangeur de chaleur soit calculée en fonction de sa vitesse. Nous aurions alors le système d'équations suivant (où  $k_1..k_9$  sont constantes) :

Nouveau système associé à  $P_{17}$  (échangeur de chaleur) :

$$\varepsilon = 1 - \exp\left(\frac{-k_1 * m_{\text{air}}^{0.8} * k_2}{k_3 * (k_1 * m_{\text{air}}^{0.8} + k_2^{0.8})}\right) \quad (11)$$

$$\dot{T}_{\text{ec}} = \frac{(k_4 + \varepsilon \cdot \frac{k_3}{k_5 * m_{\text{air}}}) (k_6 - k_4) - T_{\text{ec}}}{k_7} \quad (12)$$

Nouveau système associé à  $P_{21}$  (salle de chirurgie) :

$$\dot{\theta}_{\text{aux}2} = 1 \quad (13)$$

$$Q_{\text{rad}} = C_1 * \sin(C_2 * \theta + C_3) \quad (14)$$

$$\dot{T}_{\text{s}} = k_8 (Q_{\text{rad}} + m_{\text{air}} * k_9 * (T_{\text{ec}} - T_{\text{s}})) \quad (15)$$

Avec le nouveau système associé à  $P_{21}$  la condition à respecter pour la vérification de la propriété est :

$$T_{\text{s}}(\theta_i) = \left( k_8 \int_0^{\theta_i} Q_{\text{rad}} + m_{\text{air}} * k_9 \cdot \int_0^{\theta_i} (T_{\text{ec}} - T_{\text{s}}) \right) \leq T_{\text{f}} \quad (16)$$

Dans ce cas, pour calculer la température finale  $T_{\text{s}}(\theta_i)$  il faut connaître la valeur à chaque instant de  $T_{\text{s}}(\theta)$  (variable de la salle de chirurgie) qui dépend implicitement de  $T_{\text{ec}}(\theta)$  (variable de l'échangeur de chaleur). Il n'est donc pas possible de faire apparaître à partir de l'équation (16) la condition explicite portant sur les variables de l'échangeur de chaleur et garantissant que  $T_{\text{s}}(\theta_i) \leq T_{\text{f}}$ . Il faut alors utiliser l'approche 4, en s'appuyant sur les relations de causalité entre les objets (cf figure 6) pour calculer les évolutions des variables à partir d'un état initial donné. Il faudrait ainsi d'abord calculer les variations de  $m_{\text{air}}$ , puis celle de  $T_{\text{ec}}$  et finalement vérifier si  $T_{\text{s}}(\theta_i)$  sera égale ou inférieure à  $T_{\text{f}}$ . Au lieu de faire une preuve qui englobe tous les comportements possibles (ou tous les comportements vérifiant certaines hypothèses), on vérifie seulement un comportement donné.

### V. CONCLUSION

Cet article présente une approche pour l'analyse de systèmes hybrides qui s'appuie sur le concept d'objet et de représentation séparée de la partie continue et de la partie discrète.

Basée sur une stratégie de type "diviser pour conquérir", cette approche utilise un modèle où la séparation entre la représentation de la dynamique discrète et celle de la dynamique continue est claire. De cette façon, les preuves de propriétés ne dépendant que de la dynamique discrète peuvent se faire avec les outils classiques de la théorie des réseaux de Petri (invariants de places par exemple). D'autre part, le modèle global est structuré par l'utilisation d'une approche à objets. Cela permet de faire éclater une preuve complexe en un ensemble de preuves plus simples ne concernant qu'un objet ou qu'un ensemble restreint d'objets. En effet, les hypothèses nécessaires pour faire une preuve dans un objet deviennent des obligations de preuves à faire dans d'autres objets. Ces preuves plus élémentaires ont plus de probabilité de ne faire intervenir que la partie discrète ou que la partie continue. Dans le cas des systèmes hybrides complexes auxquels s'intéresse cette approche, les preuves de propriété initiales ne sont en général pas décidables. La démarche de décomposition en preuves plus simples n'est donc pas automatisable. Par contre, les preuves élémentaires peuvent s'appuyer sur des outils existants ou à développer, soit dans le cadre des réseaux de Petri (recherche d'invariants, calculs de scénarios) soit dans le cadre des systèmes continus (utilisation de MatLab).

### VI. REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient les organismes suivants : CAPES, CNPq et FAPESP pour leur soutien financier.

### VII. REFERENCES

- [1] P. Antsaklis, X. Koutsoukos, « On Hybrid Control of Complex System: a survey », *Proc. of the 3rd International Conference on Automation of Mixed Processes (ADPM'98)*, Reims, 1998.
- [2] R. Alur et D. Dill, « A Theory of Timed Automata », *Theoretical Computer Science* 126:183-235, 1994.
- [3] Champagnat, R. *Supervision des Systèmes Discontinus: Définition d'un Modèle Hybride et Pilotage en Temps-réel* Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1998.
- [4] E. Villani, P. E. Miyagi, R. Valette, "Redes de Petri e Orientação a Objetos para o Desenvolvimento de Sistemas Híbridos", *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Uberlândia, 2001.
- [5] G. Booch, *Object-Oriented Analysis and Design with Applications*, 2nd ed. Addison-Wesley Longman, Inc. Harlow, 1994.
- [6] M. Paludetto, *Sur la commande des procédés industriels: une méthodologie basée objets et réseaux de Petri* Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1991.
- [7] E. Villani, P. E. Miyagi, R. Valette, « An Object-Oriented Approach for Hybrid System Modelling », *Proceedings of 15TH IFAC World Congress on Automatic Control*, Barcelona, 2002.
- [8] H. Gueguen et J. Zaytoon, « Principes de la vérification des systèmes hybrides », *Colloque Francophone sur la Modélisation des Systèmes Réactifs (MSR 2001)*, Toulouse, 2001.
- [9] F. P. Incropera, *Fundamentals of heat and mass transfer*, Wiley, New York, 1990.