

## Preuve de logique linéaire et processus de réseau de Petri

**J. Fanchon, N. Rivière, B. Pradin-Chézalviel, R. Valette**  
LAAS-CNRS, Toulouse, France

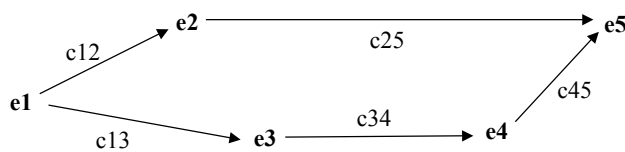
<http://www.laas.fr/~robert>

## Cadre général

- **Conception, Vérification et Validation de syst. temps réel**
    - Présentation d'un ensemble de documents multimédias
  - **Analyse des contraintes temporelles**
    - Obtenir le domaine des valeurs d'un paramètre tel qu'une propriété soit vérifiée
- => Obtenir une représentation explicite d'un ensemble de contraintes temporelles devant être vérifiées**

## Démarche

- Eviter l'énumération systématique de tous les états
- A partir d'un réseau de Petri extraire les relations de **causalité** entre **événements**
- Analyse des contraintes temporelles d'un scénario



## Quel formalisme ?

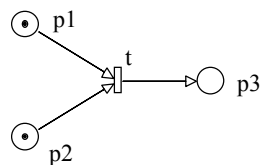
- Causalité => Logique **MAIS** Changements d'états
- Logique linéaire, remplace **monotonie** par **linéarité**
- Equivalence entre **accessibilité** en Rés. de Petri et **prouvabilité**

$$M_1 = p_1 \otimes p_2$$

$$M_2 = p_3$$

$$t : p_1 \otimes p_2 \rightarrow p_3$$

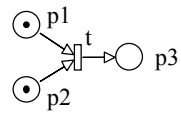
$$M_1, t \vdash M_2$$



## Une simple écriture ?

- Pourquoi une expression logique ? **Monotonie, Linéarité**

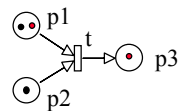
$$M_1, t \vdash M_2$$



## Une simple écriture ?

- Pourquoi une expression logique ? **Monotonie, Linéarité**
- On peut ajouter des jetons

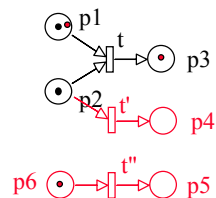
$$C \otimes M_1, t \vdash C \otimes M_2$$



## Une simple écriture ?

- Pourquoi une expression logique ? **Monotonie, Linéarité**
- On peut ajouter des jetons, des places et des transitions

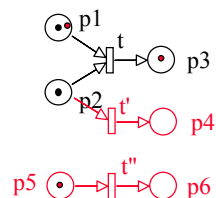
$$C \otimes M_1, t \vdash C \otimes M_2$$



## Une simple écriture ?

- Pourquoi une expression logique ? **Monotonie, Linéarité**
- On peut ajouter des jetons, des places et des transitions
- On peut composer des comportements

$$\frac{C \otimes M_1, t \vdash C \otimes M_2 \quad p_5, p_5 - op_6 \vdash p_6}{C \otimes M_1 \otimes p_5, t, p_5 - op_6 \vdash C \otimes M_2 \otimes p_6}$$



## Puissance de la logique

- Un monôme en logique Linéaire délimite une infinité de marquages dans une infinité de réseaux de Petri

### Limites :

- Pas d'arcs inhibiteurs, pas de sémantique forte pour t-temporel
- "Accessibilité" mais pas "Vivacité"

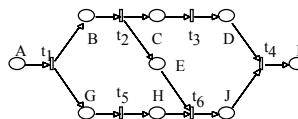
## Accessibilité et ordres partiels (1)

- Certains ordres partiels ne sont pas représentables par des expressions "série//parallèle"
- Même si l'ens. des linéarisations couvre celui des séquences, les exp. ne couvrent pas tous les ordres partiels

$t_1;(t_2//t_5);(t_3//t_6);t_4$

$t_1;(t_5//(t_2;t_3));t_6;t_4$

$t_1;t_2;(t_3//(t_5;t_6));t_4$



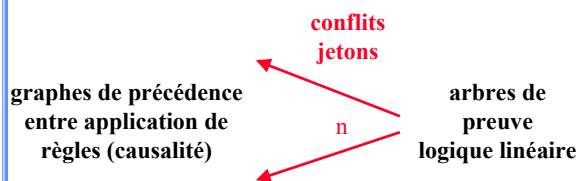
## Accessibilité et ordres partiels (2)

- Les approches fondées sur des "pas" (steps) sont complètes et cohérentes pour accessibilité, pas pour ordres partiels
- Il en est de même pour les traductions en logique linéaire utilisant la même idée (seq/par)

=> Donc il est **faux** de dire que comme l'équivalence entre **accessibilité** et prouvabilité a été montrée, la préservation des **ordres partiels** en découle

## Résultats obtenus (1)

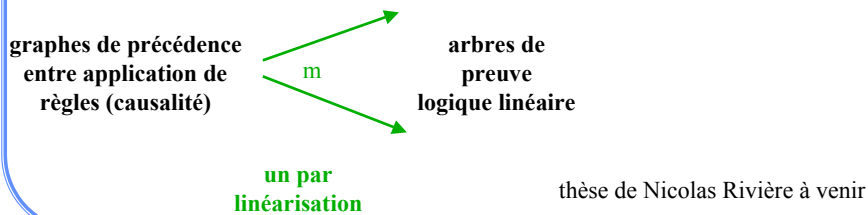
- Extraction de relations de précédence entre les applications des règles lors de la preuve du séquent (analyse de la causalité)
- Il peut y en avoir plusieurs (choix des jetons dans une place)



Travaux antérieurs

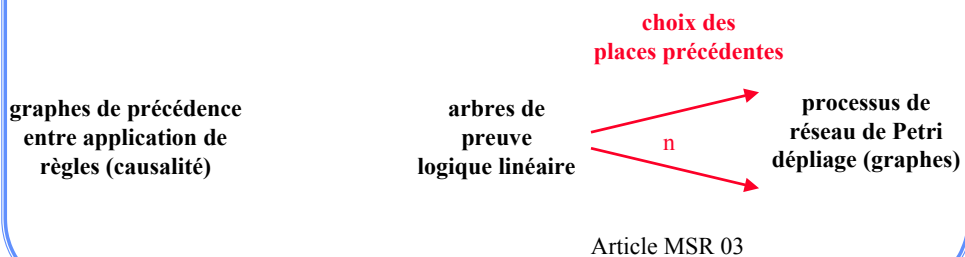
## Résultats obtenus (2)

- Si l'on part d'un graphe de précédence, on aura un arbre de preuve par linéarisation - ils sont "équivalents"



## Résultats obtenus (3)

- Construction itérative des processus de réseaux de Petri et possibilité de s'appuyer sur un arbre de preuve
- Il peut y avoir n processus pour un arbre



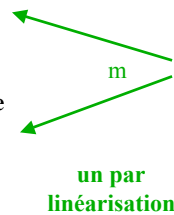
## Résultats obtenus (4)

- A un processus correspondent m arbres de preuve (un par linéarisation de l'ordre partiel entre les transitions)

graphes de précédence  
entre application de  
règles (causalité)

arbres de  
preuve  
logique linéaire

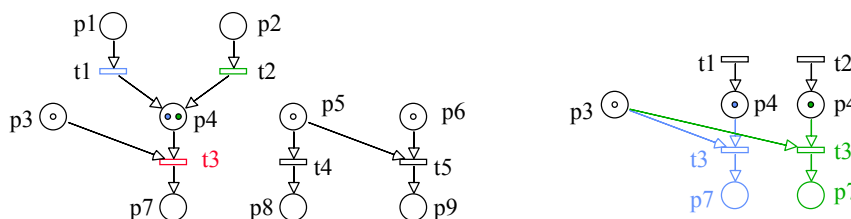
processus de  
réseau de Petri  
dépliage (graphes)



Article MSR 03

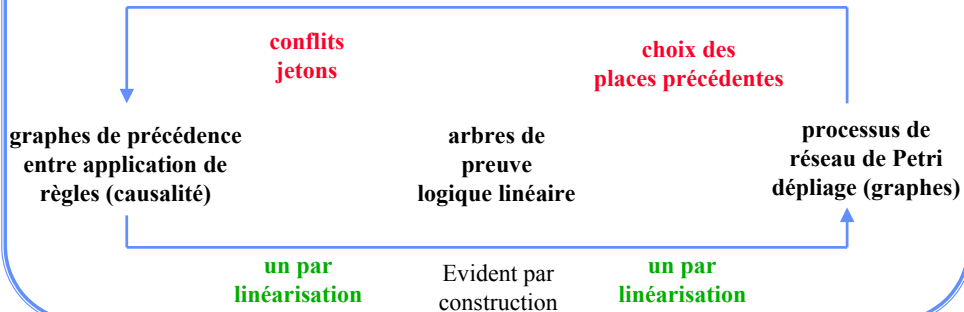
## Construction d'un processus

- Il faut choisir une transition (linéarisation)
- Il faut choisir les jetons (codés par des places)



## Résultats obtenus (5)

- **Complétude et cohérence des ordres partiels obtenus à partir des causalités**



## Conclusion (1)

- **Montre la cohérence et la complétude de notre approche (identifier les relations de causalité aux relations de précedence entre les franchissements de transitions).**
- **Justifie le vocabulaire "causalité" pour les processus obtenus par dépliage (celle de la logique linéaire).**
- **On ne construit que des processus finis, mais on le fait pour des réseaux de Petri non saufs et même non bornés.**

## Conclusion (2)

- **On peut plus facilement composer des processus (linéarité de la logique linéaire).**
- **Attention, passer de l'ordre d'application des règles à une notion de précedence entre événements n'est vrai que pour les séquents particuliers que nous considérons. C'est sûrement faux en dehors du fragment MILL de la logique linéaire.**

**Merci pour votre attention**