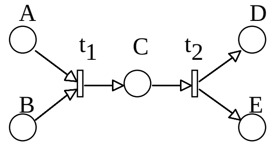
Raisonnement Temporel pour la Supervision Réseaux de Petri et Logique Linéaire Partie 2

Robert Valette
- e-mail : robert@laas.fr
- http://www.laas.fr/~robert

Brigitte Pradin-Chézalviel

Notion de scénario (1)

- **Principe**
  - un réseau de Petri (structure)
  - un marquage initial, un marquage final
  - un multi-ensemble de transitions à franchir
- **Représenté par un séquent**
  - trouver dans quel ordre franchir les transitions
  - ordre partiel
- **Trouver l'ordre partiel**

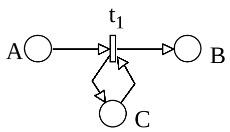


$(A \otimes B \otimes C), (A \otimes B \multimap C), (C \multimap D \otimes E), (C \multimap D \otimes E) \vdash (D \otimes D \otimes E \otimes E)$

Notion de scénario (2)

Relations d'ordre (elles impliquent la durée du scénario) :

– elles dépendent de la **structure** du réseau de Petri et du **marquage** initial du scénario
– elles relient des **instances de franchissement** de transition et non des transitions



t_1 durée d_1: $A \otimes C \multimap B \otimes C$

scénario s_1 : $A \otimes A \otimes C, t_1, t_1 \vdash B \otimes B \otimes C$
durée $2d_1$

scénario s_2 : $A \otimes A \otimes C \otimes C, t_1, t_1 \vdash B \otimes B \otimes C \otimes C$
durée d_1

Notion de scénario (3)

Apport de la logique ?

- **En réseau de Petri**
  – on franchit les transitions en séquence
  – on prolonge une séquence par un franchissement si le marquage est suffisant
- **Vision algébrique** $M' = M + C.\bar{s}$
  – on travaille avec le vecteur caractéristique, sans connaissance de l'ordre
- **En logique linéaire**
  – utilisation de tout un ensemble de règles du calcul des séquents
  – le même séquent peut être prouvé de diverses façons
  qui ne sont pas "équivalentes" vis-à-vis des relations d'ordre

Notion de scénario (4)

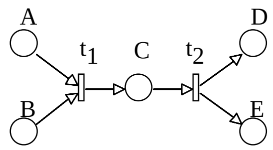
Ordre partiel "série/parallèle" : Composition de scénarios

- **Mise en séquence** (t_1 ; t_2)

$$\dfrac{(A\otimes B),(A\otimes B \multimap C)\vdash C \qquad C,(C \multimap D\otimes E)\vdash (D\otimes E)}{(A\otimes B),(A\otimes B \multimap C),(C \multimap D\otimes E)\vdash (D\otimes E)}\,\text{cut}$$

- **Mise en parallèle** (t_1 // t_2)

$$\dfrac{\dfrac{(A\otimes B),(A\otimes B \multimap C)\vdash C \qquad C,(C \multimap D\otimes E)\vdash (D\otimes E)}{(A\otimes B),C,(A\otimes B \multimap C),(C \multimap D\otimes E)\vdash C\otimes(D\otimes E)}\,\otimes_R}{(A\otimes B\otimes C),(A\otimes B \multimap C),(C \multimap D\otimes E)\vdash C\otimes D\otimes E}\,\otimes_L$$



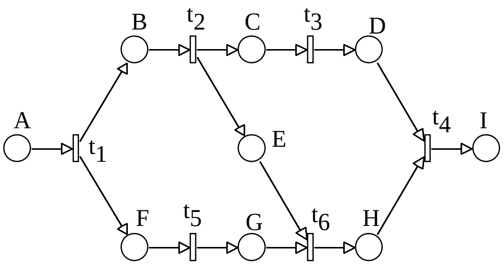
Notion de scénario (5)

Trouver l'ordre partiel "minimal" (tout le // possible)

- **Trouver une preuve avec : "séquence" et "parallélisme"**
- **Transformer un arbre de preuve**
  - augmenter le parallélisme (règles "fois" chaque fois que possible)
  - règles de ré-écriture de l'arbre de preuve
- **Limitations**
  - on ne traite pas le réseau en Z
  - impossibilité de décrire tous les scénarios par les seuls opérateurs "seq" et "par"
  - impossibilité de décrire tous les ordres partiels sous la forme "série/parallèle"

Notion de scénario (6)

Réseau Z



$\langle S_1\rangle$ $t_1;(t_2 \,//\, t_5);(t_3 \,//\, t_6);t_4$

$\langle S_2\rangle$ $t_1;((t_2;t_3) \,//\, t_5);t_6;t_4$

$\langle S_3\rangle$ $t_1;t_2;((t_5;t_6) \,//\, t_3);t_4$

Exemples de durées :

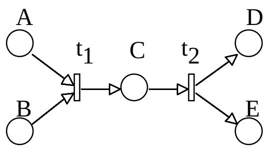
t_1	0	0	0	0
t_2	1	1	1	1
t_3	1	2	3	2
t_4	0	0	0	0
t_5	1	3	2	2
t_6	1	1	1	1
S_1	2	5	5	4
S_2	3	4	5	4
S_3	3	5	4	4
réel	2	4	4	3

Notion de scénario (7)

Arbre de preuve "canonique"

- **Seule la règle d'introduction de l'implication linéaire**
  - faire d'abord éclater le marquage en une liste d'atomes, consommables indépend.
  - pas d'introduction de relation d'ordre "parasite" entre franchissements
  - n'exprime que les relations de causalité imposées par la structure et le marquage

$$\dfrac{\dfrac{A, B \vdash A \otimes B \qquad C, C, t_2 \vdash (C \otimes D \otimes E)}{A, B, C, (A \otimes B \multimap C), t_2 \vdash (C \otimes D \otimes E)}\ \multimap L}{(A \otimes B \otimes C), (A \otimes B \multimap C), t_2 \vdash (C \otimes D \otimes E)}\ \otimes L$$

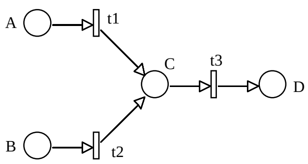


Choix d'un ordre partiel (1)

Un seul ordre partiel? **NON**

Conflits entre des jetons :

- suivant le **choix** du jeton utilisé pour franchit t_3, la durée est différente
- le tir de t3 suit celui de t1 ou celui de t2 => une décision d'**ordonnancement**



scénario s : $A \otimes B, t_1, t_2, t_3 \vdash C \otimes D$

durée $\left(\max\left(d_1, d_2 + d_3\right)\right)$ ou $\left(\max\left(d_2, d_1 + d_3\right)\right)$

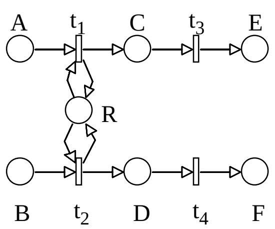
(t1 // (t2 ; t3)) ou (t2 // (t1 ; t3))

il faut **préciser** une relation de précédence entre des franchissements

Choix d'un ordre partiel (2)

Conflits entre des transitions :

- suivant le **choix** de la transition que l'on franchit (avec R)
- le tir de t2 suit celui de t1 ou l'inverse => une décision d'**ordonnancement**



scénario s : $A \otimes B \otimes R, t_1, t_2, t_3, t_4 \vdash E \otimes F \otimes R$

durée $\left(d_1 + \max\left(d_3, d_2 + d_4\right)\right)$ ou $\left(d_2 + \max\left(d_4, d_1 + d_3\right)\right)$

$\left(t_1 ; \left(t_3 // \left(t_2 ; t_4\right)\right)\right)$ ou $\left(t_2 ; \left(t_4 // \left(t_1 ; t_3\right)\right)\right)$

il faut **ajouter** une relation de précédence entre deux franchissements

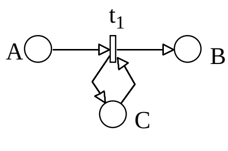
Choix d'un ordre partiel (3)

- **Scénarios complètement spécifiés**
  - en cas d'absence de conflits jetons et de conflits transitions il y a **un seul ensemble** de relations d'ordre entre les instances de franchissement : un ordre partiel
  - dans le cas contraire, il y a un ensemble par "ordonnancement" = ensemble de décisions, **ensembles disjonctifs** d'ordres partiels
- **Une cas simple (voir algèbre (max,+))**
  - si le scénario (fragment de réseau de Petri) est de la classe **"graphes d'événements"** alors il n'y a ni conflits jetons ni conflits transitions et l'on peut franchir les transitions **au plus tôt** sans se poser de question

Arbre canonique (1)

Principe :

- **Règle d'introduction (gauche) de l'implication linéaire**
- **Eclatement du marquage en liste d'atomes (étape courante)**

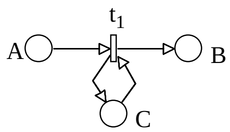


$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A \vdash A}\,id \quad \dfrac{}{C \vdash C}\,id}{A, C \vdash A \otimes C}\,\otimes R \qquad \dfrac{A, B, C, t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}{A, (B \otimes C), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}\,\otimes L}{A, A, C, (A \otimes C \multimap B \otimes C), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}\,\multimap L}{A \otimes A \otimes C, (A \otimes C \multimap B \otimes C), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}\,\otimes L\ \otimes L$$

Arbre canonique (2)

Calcul de la durée du scénario

- **Estampilles temporelles associées aux atomes**
  - on utilise les relations d'ordre entre les franchissements pour calculer une expression algébrique symbolique
  - date de production et date de consommation



$d_{A1} \leq d_{A2}$

$$\dfrac{A,C \vdash A \otimes C \qquad \dfrac{A(d_{A2}), B(d_1 + \sup(d_{A1}, d_C)), C(d_1 + \sup(d_{A1}, d_C)), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}{A(d_{A2}), (B \otimes C)(d_1 + \sup(d_{A1}, d_C)), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}\otimes L}{A(d_{A1}), A(d_{A2}), C(d_C), (A \otimes C \multimap B \otimes C), t_1 \vdash B \otimes B \otimes C}\multimap L$$

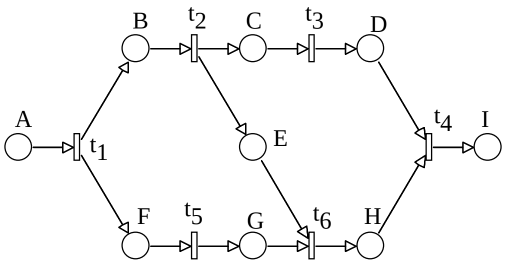
$\sup(d_{A1}, d_C) \qquad d_1$

Arbre canonique (3)

Quelques remarques :

- **Une étape courante n'est pas un marquage, pas un état**
  - les dates de production des atomes peuvent être différentes
  - soient 2 atomes, si on attend (max des dates) on obtient un état partiel
  - si la date de production de A est postérieure à la date de consommation de B alors ils ne sont jamais simultanémént présents, état partiel inaccessible
- **Plus d'horloge globale, plus de sémantique d'entrelacement**
- **On travaille avec des dates symboliques**

Exemple (1)

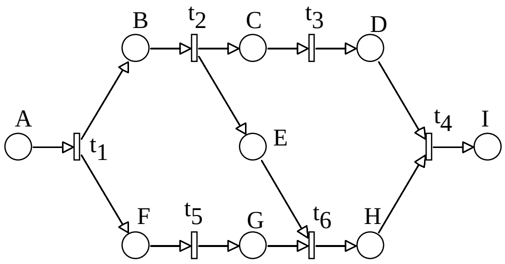


scénario : $A, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 \vdash I$

durée $\left(d_1 + d_4 + \sup\left((d_2 + d_3), (d_6 + \sup(d_2, d_5))\right)\right)$

- **On retrouve le max des 3 chemins**
- **On a implicitement reconstruit par l'arbre de preuve le graphe PERT correspondant**

Exemple (2)

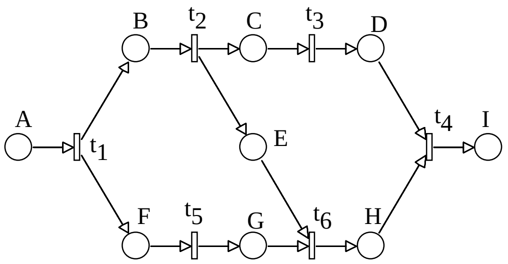


scénario : $A \otimes E, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 \vdash E \otimes I$

durée $\left(d_1 + d_4 + \max\left((d_2 + d_3), (d_5 + d_6)\right)\right)$

- **On trouve le max de 2 chemins (E n'est plus une contrainte)**
- **On a implicitement reconstruit par l'arbre de preuve le graphe PERT correspondant**
- **Ce n'est pas la structure du réseau de Petri**

Exemple (3)

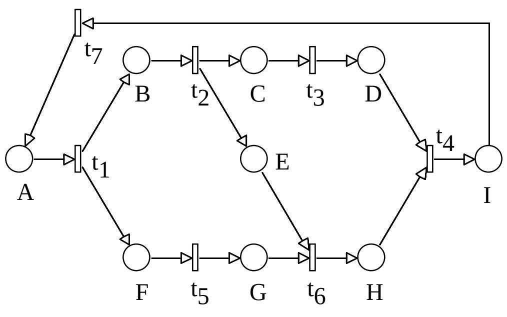


- **On a implicitement reconstruit un graphe PERT de 5 chemins**
  - 3 sont dominants (plus longs)
- **Ce n'est pas la structure du réseau de Petri**
- **Le réseau n'est pas sauf**

scénario : $A \otimes B \otimes E \otimes F,\ t_1, t_2, t_2, t_3, t_3, t_4, t_4, t_5, t_5, t_6, t_6 \vdash E \otimes I \otimes I$

durée $\left(d_4 + \max\left((d_2 + d_6), \left(d_1 + \max\left((d_2 + d_3), (d_5 + d_6)\right)\right)\right)\right)$

Exemple (4)



- **Le réseau de Petri et le scénario sont "bouclés"**
  - le réseau est "sauf"
  - t1 est la seule transition franchissable au départ
  - t7 ne peut mettre dans A qu'un jeton ayant une estampille supérieure à 0

scénario : $A,\ t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7 \vdash A$

durée $\left(d_1 + d_4 + d_7 + \sup\left((d_2 + d_3), \left(d_6 + \sup(d_2, d_5)\right)\right)\right)$