Raisonnement Temporel
pour la Supervision
Réseaux de Petri et Logique Linéaire

Robert Valette

- e-mail : robert@laas.fr
- http://www.laas.fr/~robert

Brigitte Pradin-Chézalviel

Introduction (1)

La supervision/surveillance c'est :

- **Surveiller les équipements assurant la production**
  - Un équipement défectueux est-il responsable de la non arrivée d'un message?
- **Surveiller l'exécution du plan de fabrication**
  - Une accumulation de retards, de commandes urgentes, des équipements défaillants
  - font que les dates prévues pour les débuts d'opération ne peuvent pas être tenues
  - il y aura des retards pour les livraisons vers les clients

Introduction (2)

La supervision/surveillance :

- **se place au dessus de la commande locale (continue et discrète)**
- **est chargée de :**
  - détecter les anomalies (événement absent ou inattendu - contraintes temporelles non tenues
  - faire un diagnostic (retrouver et expliquer des scénarios passés)
  - assurer la compensation des anomalies, mettre en œuvre la reprise, trouver un scénario permettant de passer de l'état "anormal" observé à un état "normal"

Introduction (3)

La supervision/surveillance doit comprendre des fonctions pour :

- **Analyser les relations de causalité**
  - en particulier pour la partie explication du diagnostic => approche logique
- **Exploiter les relations de précédence devant être respectées**
  - pour générer les scénarios passés
  - pour générer les scénarios de reprise => gestion des ressources => Réseaux de Petri
- **Prendre en compte explicitement et quantitativement le temps**
  - c'est un paramètre important pour le diagnostic
  - il est a la base de l'ordonnancement (ré-ordo. en temps réel) des tâches pour la reprise

Plan de l'exposé

- **Fondements théoriques de l'approche**
  - Bases de la Logique Linéaire
  - Relation entre Logique Linéaire et Réseaux de Petri
- **Scénario**
  - Notion de scénario
  - Choix d'un ordre partiel : conflits jetons et transitions
  - Arbre canonique
  - Exemples (sans décision)
- **Analyse de scénarios**
  - Raisonnements temporels
  - Ordonnancement
- **Conclusion**

Bases de la logique linéaire (1)

- **Les propositions logiques sont des ressources**
  - consommées, produites
- **Calcul des séquents (preuve syntaxique)**

$$A, B \vdash C, D$$

  - A gauche : liste de prémisses (hypothèses)
  - A droite : liste des conclusions

➡ **A "et" B sont tout ce qui m'est nécessaire pour en déduire C "ou" D**

Bases de la logique linéaire (2)

- **Règles pour prouver un séquent (prouver qu'il est bien formé)**

  Structurées en 3 groupes principaux :
  - fondamental : expriment des principes de base généraux
  - structurel : exprime des propriétés des connecteurs au niveau "méta" (virgule)
  - logique : comment introduire les connecteurs (définit les connecteurs)
- **Démarche**
  - d'abord détecter et supprimer les règles qui sont explicitement contradictoires avec ce que l'on veut faire
  - toute preuve de séquent dans la nouvelle logique doit être une preuve dans le cadre de la logique classique

Bases de la logique linéaire (3)

Groupe fondamental

- **A : Atome F : Formule Γ, Δ : Blocs**
- **Identité : introduction des atomes (tautologie)**
- **Coupure : preuve par l'intermédiaire d'un lemme**
  - lemme = état intermédiaire dans un scénario de changements d'états

$$\frac{}{A \vdash A}\,\text{id} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash F, \Delta \qquad \Gamma', F \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}\,\text{cut}$$

Bases de la logique linéaire (4)

Groupe structurel

- **Commutativité**
  - **conservée** par soucis de simplicité, difficulté pour séquence
- **Contraction : idempotence de la virgule**
  - à **éliminer** pour compter les ressources et quitter les états

$$\frac{\Gamma, F, F \vdash \Delta}{\Gamma, F \vdash \Delta} C_L$$

- **Affaiblissement : monotonie**
  - à **éliminer** si le séquent doit décrire ce qui est nécessaire et suffisant
  - remplacée par la **linéarité** : on doit ajouter la même chose à droite et à gauche

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, F \vdash \Delta} W_L$$

Bases de la logique linéaire (5)

Groupe logique

- **Négation : pas de changement syntaxique**

$$\frac{\Gamma \vdash F, \Delta}{\Gamma, F^{\perp} \vdash \Delta} \perp_L \qquad \frac{\Gamma, F \vdash \Delta}{\Gamma \vdash F^{\perp}, \Delta} \perp_R$$

- **Changements sémantiques**
  - proviennent des autres connecteurs

Bases de la logique linéaire (6)

Groupe logique (1)

- **Dédoublement des connecteurs classiques**
  - conséquence de l'élimination des règles de contraction - il faut différencier le cas où l'on a des atomes communs de celui où ils sont tous différents ("**fois**" et "**avec**")

$$\frac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma' \vdash G,\Delta'}{\Gamma,\Gamma' \vdash (F \otimes G),\Delta,\Delta'}\otimes_R \qquad \frac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma \vdash G,\Delta}{\Gamma \vdash (F \& G),\Delta}\&_R$$

$$\frac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma \vdash G,\Delta}{\Gamma,\Gamma \vdash (F \otimes G),\Delta,\Delta}\otimes_R$$

Séminaire Doctorants de l'Ecole Doctorale "Systèmes", 28 Juin 2000 Partie 1 : 11

Bases de la logique linéaire (7)

Groupe logique (2)

- **Dédoublement des connecteurs classiques**
  - les mêmes règles avec le "**et**" donnent deux fois la même chose

$$\frac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma' \vdash G,\Delta'}{\Gamma,\Gamma' \vdash (F \wedge G),\Delta,\Delta'}\wedge_R \qquad \frac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma \vdash G,\Delta}{\Gamma \vdash (F \wedge G),\Delta}\wedge_R$$

$$\frac{\dfrac{\Gamma \vdash F,\Delta \qquad \Gamma \vdash G,\Delta}{\Gamma,\Gamma \vdash (F \wedge G),\Delta,\Delta}\wedge_R}{\Gamma \vdash (F \wedge G),\Delta}C_L + C_R$$

Séminaire Doctorants de l'Ecole Doctorale "Systèmes", 28 Juin 2000 Partie 1 : 12

Bases de la logique linéaire (8)

Groupe logique

- **Dédoublement des connecteurs classiques**
  - conséquence de l'élimination des règles de contraction - il faut différencier le cas où l'on a des atomes communs de celui où ils sont tous différents ("**par**" et "**plus**")

$$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta \qquad \Gamma', G \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma'(F \wp G) \vdash \Delta, \Delta'} \wp_L \qquad \frac{\Gamma, F \vdash \Delta \qquad \Gamma, G \vdash \Delta}{\Gamma, (F \oplus G) \vdash \Delta} \oplus_L$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta \qquad \Gamma', G \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma'(F \vee G) \vdash \Delta, \Delta'} \vee_L \qquad \frac{\Gamma, F \vdash \Delta \qquad \Gamma, G \vdash \Delta}{\Gamma, (F \vee G) \vdash \Delta} \vee_L$$

Bases de la logique linéaire (9)

Groupe logique

- **Règles unaires**

$$\frac{\Gamma, F, G \vdash \Delta}{\Gamma, (F \otimes G) \vdash \Delta} \otimes_L \qquad \frac{\Gamma \vdash F, G, \Delta}{\Gamma \vdash (F \wp G), \Delta} \wp_R$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta}{\Gamma, (F \& G) \vdash \Delta} \&_{L1} \qquad \frac{\Gamma, G \vdash \Delta}{\Gamma, (F \& G) \vdash \Delta} \&_{L2} \qquad \frac{\Gamma \vdash F, \Delta}{\Gamma \vdash (F \oplus G), \Delta} \oplus_{R1} \qquad \frac{\Gamma \vdash G, \Delta}{\Gamma \vdash (F \oplus G), \Delta} \oplus_{R2}$$

- **Implication linéaire**

$$\frac{\Gamma \vdash F, \Delta \qquad \Gamma', G \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma', (F \multimap G) \vdash \Delta, \Delta'} \multimap_L \qquad \frac{\Gamma, F \vdash G, \Delta}{\Gamma \vdash (F \multimap G), \Delta} \multimap_R$$

Bases de la logique linéaire (10)

Fragment MILL (Multiplicative Intuitionist Linear Logic)

- **Groupe fondamental :**

$$\frac{}{A \vdash A}\,\text{id} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash F, \Delta \qquad \Gamma', F \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}\,\text{cut}$$

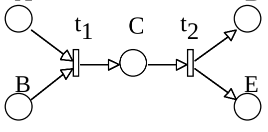
- **Groupe logique :**

$$\frac{\Gamma, F, G \vdash \Delta}{\Gamma, (F \otimes G) \vdash \Delta}\,\otimes_L \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash F, \Delta \qquad \Gamma' \vdash G, \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash (F \otimes G), \Delta, \Delta'}\,\otimes_R$$

$$\frac{\Gamma \vdash F, \Delta \qquad \Gamma', G \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma', (F \multimap G) \vdash \Delta, \Delta'}\,\multimap_L \qquad\qquad \frac{\Gamma, F \vdash G, \Delta}{\Gamma \vdash (F \multimap G), \Delta}\,\multimap_R$$

Relations entre LL et RdP (1)

- **Représentation d'un réseau de Petri en Logique linéaire :**
  - un marquage est un monôme en "fois"
  - une transition est une ressource consommée (on compte le nombre de tirs)
  elle est représentée par une formule fondée sur l'implication linéaire (causalité)
  - un franchissement est un séquent



$t_1 : A \otimes B \multimap C$

$t_2 : C \multimap D \otimes E$

$M : (A \otimes A \otimes B)$

$M' : (A \otimes C)$

$$M \xrightarrow{t_1} M' \quad : \quad (A \otimes A \otimes B), (A \otimes B \multimap C) \vdash (A \otimes C)$$

Relations entre LL et RdP (2)

Séquence et séquents (Thèse François Girault)

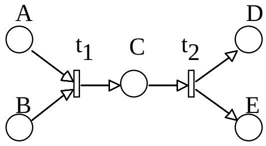
- **Equivalence scénario exécutable et prouvabilité séquent**

$$s = t_1 t_2 t_2 \qquad s' = t_2 t_1 t_2 \qquad s'' = t_2 t_2 t_1$$

$$\bar{s} = \bar{s'} = \bar{s''} = \begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad M' = \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$M' = M + C.\bar{s}$$

$$M \xrightarrow{s} M' \qquad M \xrightarrow{s'} M'$$



$$(A \otimes B \otimes C), (A \otimes B \multimap C), (C \multimap D \otimes E), (C \multimap D \otimes E) \vdash (D \otimes D \otimes E \otimes E)$$

Relations entre LL et RdP (3)

Exemple de preuve de séquent

- **Cas d'un franchissement de transition**

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overline{A \vdash A}^{\,id} \qquad \overline{B \vdash B}^{\,id}}{A, B \vdash A \otimes B}\otimes R}{A \otimes B \vdash A \otimes B}\otimes L \qquad \overline{C \vdash C}^{\,id}}{(A \otimes B), (A \otimes B \multimap C) \vdash C}\multimap L$$