Annexe : exemple de réseau de Petri t-temporel et de son graphe de classes

Robert Valette
e-mail robert@laas.fr
http://www.laas.fr/~robert/

LAAS-CNRS, F-31077 Toulouse Cedex 4
version provisoire du 6 novembre 2001

1 Réseaux de Petri temporels

1.1 Analyse

Pour savoir si à un instant donné une transition sensibilisée peut être franchie ou non, il faut savoir si sa durée de sensibilisation est supérieure à $\theta_{s,min}$ et inférieure à $\theta_{s,max}$. Pour cela il est nécessaire d'associer à chaque transition sensibilisée un horloge locale (un chronomètre) qui va compter le temps à partir de l'instant de sa sensibilisation.

L'état d'un réseau de Petri temporel est donc défini par le marquage courant et par la valeur de des horloges associées aux transitions sensibilisées. Il y a deux types de changements d'états. Le premier est lié à l'écoulement du temps lorsque aucune transition n'est franchie. Si $\delta\theta$ s'est écoulé, alors, sans changer le marquage courant il faut ajouter $\delta\theta$ à chacune des horloges associées aux transitions sensibilisées. Le deuxième type de changement d'état correspond au franchissement d'une transition. Comme le franchissement est instantané, le temps (en temps que variable continue) n'évolue pas. A temps constant, on modifie le marquage, on construit la nouvelle liste des transitions sensibilisées. Pour les transitions qui était sensibilisées avant le franchissement on laisse la valeur de leur horloge inchangée. Pour chaque transition t nouvellement sensibilisées on initialise son horloge à la valeur du temps courant Θ. Les dates au plus tôt et au plus tard de franchissement pour t seront alors
$\Theta + \theta_{s,min}(t)$ et $\Theta + \theta_{s,max}(t)$.

Il est clair que l'ensemble des états est infini, même si le réseau de Petri sous-jacent (le réseau de Petri ordinaire à partir duquel le réseau de Petri temporel est construit) est borné pour le marquage initial choisi. En effet, pour un marquage donné il y a une infinité d'états à cause de l'évolution continue du temps.

Toutefois, l'évolution du temps sans qu'une transition ne soit franchie n'a pas d'influence sur les évolutions futures (du moins lorsque l'on ne sort pas des intervalles de franchissement pour les transitions franchissables). L'analyse des réseaux de Petri temporels est donc fondée sur une notion de classe d'états qui regroupe tous les états ayant même marquage et n'étant différents que par la valeur des horloges associées aux transitions sensibilisées. Tous les états regroupés dans une classe doivent être tels que l'évolution future du réseau de Petri temporel est la même (l'ensemble des états accessibles doit être le même).

Cette notion de classe est encore insuffisante pour obtenir un ensemble fini caractérisant tous

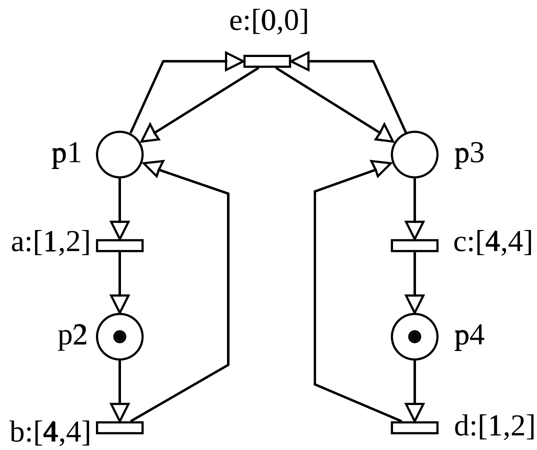

FIG. 1 – *Réseau de Petri t-temporel*

les états possibles. En effet le temps évoluant sans cesse, même si le réseau de Petri retrouve une configuration similaire du point de vue du marquage et des intervalles pendant lesquels les transitions pourront être franchies, la valeur de Θ sera différente. Pour résoudre ce problème il faut passer en temps relatif et donc considérer que l'origine des temps est toujours la date du dernier franchissement effectué. On doit donc faire un changement de l'origine des temps lors de chaque franchissement. Pour les transitions nouvellement sensibilisées, l'intervalle est alors simplement :
$[\theta_{s,min}(t), \theta_{s,max}(t)]$.

Pour une transition t_i qui était auparavant sensibilisée, si son intervalle était :
$[\theta_{min}(t_i), \theta_{max}(t_i)]$
et si la date du franchissement de la transition t_j est $\theta_f(t_j)$ alors le nouvel intervalle de t_i devient :
$[\theta_{min}(t_i) - \theta_f(t_j), \theta_{max}(t_i) - \theta_f(t_j)]$.

Le problème vient du fait que l'on cherche à caractériser tous les comportements quelle que soit la date de franchissement de t_j pendant tout son intervalle de franchissement autorisé. Il faut donc considérer toutes les valeurs de $\theta_f(t_j)$ comprises entre $\theta_{f,min}(t_j)$ et $\theta_{f,max}(t_j)$. L'intervalle à prendre en compte est donc :
$[\min(0, \theta_{min}(t_i) - \theta_{f,max}(t_j)), \theta_{max}(t_i) - \theta_{f,min}(t_j)]$.

Remarque Cette approche permet de recouvrir tous les cas possible, mais elle peut ajouter des comportements supplémentaires car les intervalles de franchissements de toutes les transitions sensibilisées avant et après le franchissement de t_j sont tous agrandis. Il faut donc ajouter des contraintes temporelles sur les écarts entre les dates de franchissement de ces transitions pour caractériser exactement l'ensemble des états accessibles.

1.2 Exemple

Pour simplifier, nous ne donnons ici que les contraintes sur le franchissement des transitions (et non celle sur les écarts entre les franchissements). Le réseau de Petri temporel est celui de la figure 1.

Le graphe des classes est celui de la figure 2. Nous voyons que le franchissement de la transition d dans l'intervalle $[1, 2]$ introduit de l'imprécision sur la date de franchissement de b à cause du changement de l'origine du temps.

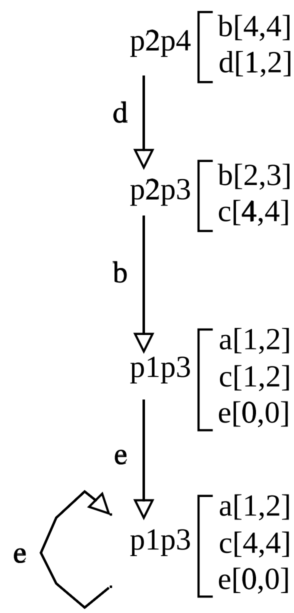

FIG. 2 – *Graphe de classes associé*