Analyse robuste d'un lanceur en utilisant RoMulOC

Exercice pour Ecole des JD MACS

D. Peaucelle LAAS-CNRS peaucelle@laas.fr

Juin 2011

Soit les dynamiques d'un axe d'un lanceur représentées en première approximation comme comme celles d'un pendule inverse :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_a$$

dont la fréquence ω est incertaine $\omega \in \begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}$. Le couple u_a appliqué sur ce lanceur est réalisé par un actionneur modélisé en première approximation par un premier ordre

$$\dot{u}_a = -\tau u_a + \tau u$$

dont la constante de temps est incertaine $\tau \in \begin{bmatrix} 3 & 7 \end{bmatrix}$. Un correcteur a été calculé pour le système nominal ($\omega = 1$, $\tau = 5$) il est donné par sa fonction de transfert

$$u = -\frac{466s^2 + 2977s + 3223}{s^2 + 112s + 1223}\theta.$$

1. A l'aide des commandes suivantes

`ssmodel`, `ssmodel/subsasgn`, `ssmodel/mtimes`,
`ssmodel/feedback`, `ssmodel/pole`

définir le modèle nominal en boucle fermée et en calculer les pôles.

2. A l'aide des commandes précédentes et des commandes

`uinter`, `upoly`

définir le modèle incertain en boucle fermée et calculer les pôles des sommets du polytope. Avec la commande

`ssmodel/rand`

tracer dans le plan complexe les pôles de 1000 systèmes tirés aléatoirement dans le polytope. Tracer d'une autre couleur les pôles des sommets et ceux du système nominal.

3. A l'aide des commandes suivantes

`ctrpb`, `ctrpb/plus`, `stability`, `solvesdp`

vérifier que le système est robustement stable.

4. A l'aide des commandes précédente et des commandes

`region`, `dstability`

montrer que les modes sont tous
- d'amortissement robustement supérieur à $\zeta = \cos\frac{\pi}{6.5}$,
- de constante de temps robustement inférieure à $2s$.

5. On veut mesurer l'écart entre le modèle nominal et le modèle incertain (au sens du pire écart pour toutes les réalisations du modèle incertain). Pour cela construire le modèle suivant

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_{nom} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A(\Delta) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{nom} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ X_{nom} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} w$$
$$z = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ X_{nom} \end{pmatrix}$$

où A_{nom}, X_{nom} sont respectivement la matrice des dynamiques et l'état du modèle nominal en boucle fermée, $A(\Delta)$, X sont respectivement la matrice des dynamiques et l'état du modèle incertain en boucle fermée, w/z sont des entrées/sorties de performance. A l'aide des commandes

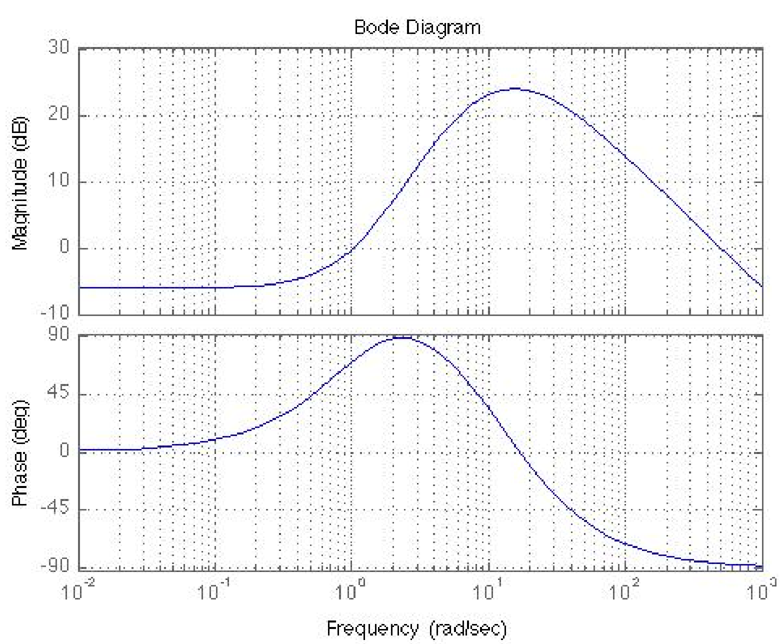
`hinfty`, `h2`

évaluer la distance entre les dynamiques du modèle nominal et du modèle incertain.

6. On veut évaluer la capacité du système à rejeter des perturbations sur l'entrée lanceur u_a dont on connaît des caractéristiques fréquentielles. Elles sont décrites comme des sorties du filtre passe bande suivant

$$F(s) = \frac{500(s+1)^2}{(s+5)(s+10)(s+20)}$$

dont le diagramme de Bode est le suivant :



En utilisant les commandes précédemment définies et

`zpk`, `shape`

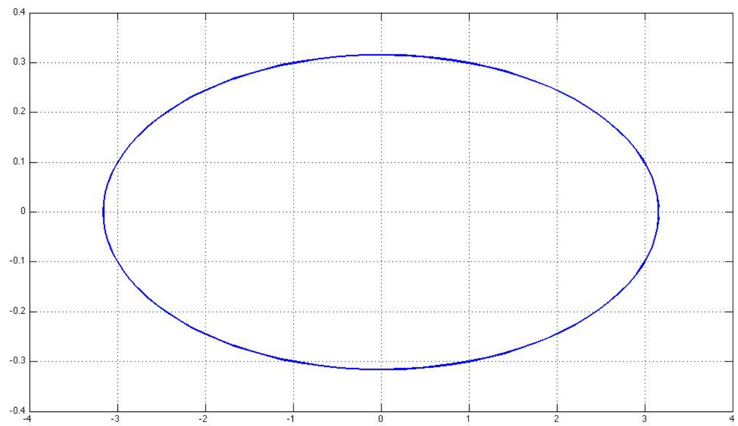
évaluer la norme H_∞ du transfert entre l'entrée du filtre F et l'incidence θ du lanceur.

7. On veut évaluer l'effet des bruits de mesure de variance 0.01 sur l'énergie de commande. Evaluer pour cela la norme H_2 du transfert entre un bruit sur les mesures et l'entrée de commande u_a.

8. On veut évaluer le pic de commande pour des conditions initiales de l'état du lanceur comprises dans l'ellipsoïde suivant

$$0.1\theta^2(0) + 10\dot{\theta}^2(0) \leq 1$$

représenté sur la figure suivante :



En utilisant les commandes précédemment définies et

`i2p`

évaluer le coût impulsion-à-pic sur la commande u_a depuis une impulsion w agissant sur le lanceur selon l'équation

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} \sqrt{0.1} & 0 \\ 0 & \sqrt{10} \end{bmatrix} w$$