

# Cours EDSYS - Commande Adaptative

Jean-Marc BIANNIC - DCSD-ONERA - Toulouse



Denis EFIMOV - IMS - Université de Bordeaux 1



Dimitri PEAUCELLE - LAAS-CNRS - Université de Toulouse



Toulouse



Mai 2011

- Commande adaptative

- Automatique / Théorie de la commande

- Commande de systèmes dynamiques

  - ▲ Représentés par des équations différentielles (systèmes à temps continu)

  - ▲ ou par des équations récurrentes (systèmes à temps discret)

- Modèles non-linéaires dans l'espace d'état

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t) \\ y(t) = g(x, u, t) \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x_{k+1} = f(x, u, k) \\ y_k = g(x, u, k) \end{cases}$$

  - ▲  $x$  : état du système

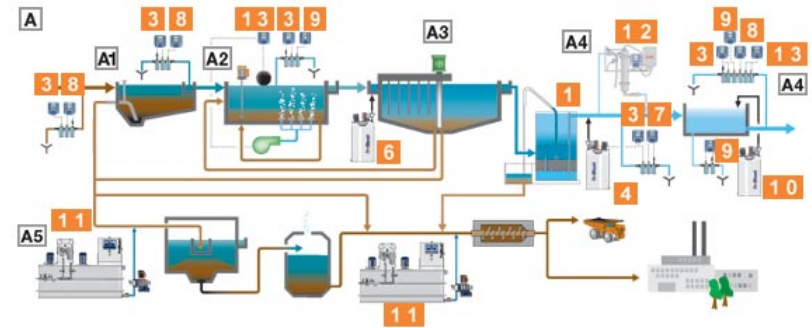
  - ▲  $u$  : commandes du système (actionneurs)

  - ▲  $y$  : mesures du système (capteurs)

## ■ Systèmes dynamiques, exemples



© AIRBUS S.A.S. - H. Goussé



© ProMinent



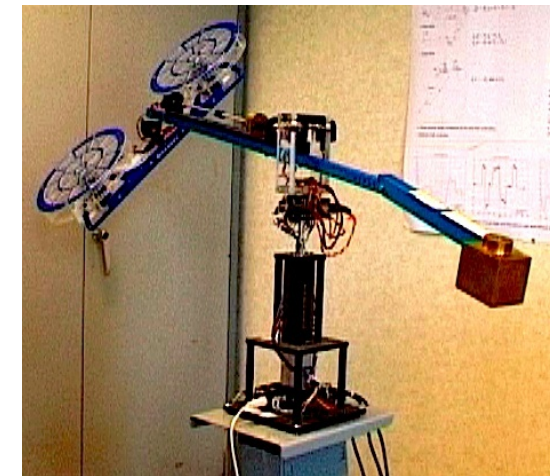
© CNES - ill. D. Ducos



HRP-2 Promet



@ Astrium - Ariane 5



@ Quanser - 3DOF hélico

- Modélisation pour la commande
- Isoler un comportement dynamique
  - ▲ Découplage par axes - mouvement longitudinaux/latéraux d'un avion
  - ▲ Découplage temporel - incidence/remplissage réservoir d'un lanceur
  - ▲ Découplage par modes - rejoindre destination / positionnement précis
  - ▲ Découplage fréquentiel - échantillonnage, dynamiques composants
- Définir trajectoire/position de référence
  - ▲ Termes non-linéaires négligés, simplifiés ou linéarisés
  - ▲ Enoncé de performances à atteindre
  - ▲ Enoncé de contraintes à satisfaire
- Tenir compte de méconnaissances
  - ▲ Tous les phénomènes physiques n'ont pas de description concise
  - ▲ Paramètres varient d'un produit manufacturé à l'autre
  - ▲ Identification de paramètres est toujours entachée d'erreur

## ■ Les modèles obtenus

### ● dépendent de paramètres $\theta$

▲ (mode, état d'une dynamique lente, trajectoire de référence...)

▲ connus, choisis ou mesurables (avec une certaine précision)

### ● dépendent d'incertitudes $\delta$

▲ (dynamiques négligées, approximations, méconnaissances...)

▲ inconnus mais bornés, à dynamiques nulles, lentes ou bornées

### ● sont influencés par des perturbations $w$

▲ (phénomènes, couplages, fréquences négligées... et trajectoire)

▲ inconnus, avec caractéristiques fréquentielles, temporelles, énergétiques...

### ● doivent satisfaire des contraintes sur certaines composantes $z$

▲ (performances, validité des hypothèses de modélisation...)

▲ caractéristiques fréquentielles, temporelles, énergétiques...

## ■ Modèles non-linéaires dans l'espace d'état

$$\Sigma(\theta, \delta) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ y(t) = g(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ z(t) = h(x, u, t, w, \theta, \delta) \end{cases}$$

## ● Etapes de modélisation permettent simplifications

▲ Découplage temporel  $f(x, u, t) \longrightarrow f(x, u, \theta)$

▲ Linéarisation  $f(x, u, \theta) \longrightarrow A(\delta, \theta)x + B(\delta, \theta)u$

avec  $\delta$  bornée sous contraintes sur certaines composantes  $z$  de l'état

▲ ...

## ● Exemples

▲  $\cos(t)x(t) \longrightarrow \theta(t)x(t)$  avec  $\theta \in [-1 \ 1]$

▲  $x_1(t)x_2(t) \longrightarrow \delta(t)x_2(t)$  avec  $\delta \in [-1 \ 1]$  si  $z = x_1 \in [-1 \ 1]$

- Commande classique : synthèse pour  $\theta = \theta_0$  fixé, sans incertitudes  $\delta = 0$

$$\Sigma(\theta_0, 0) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t, w, \theta_0, 0) \\ y(t) = g(x, u, t, w, \theta_0, 0) \\ z(t) = h(x, u, t, w, \theta_0, 0) \end{cases} \quad \Sigma_c : \begin{cases} \dot{\eta}(t) = f_c(\eta, y, t) \\ u(t) = g_c(\eta, y, t) \end{cases}$$

- Exemple : synthèse LQG -  $\min \|z\|_2$  sous  $w$  bruit blanc gaussien

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\theta_0}(t)x(t) + B_{\theta_0}(t)u(t) + w_1(t) \\ y(t) = C_{\theta_0}(t)x(t) + w_2(t) \\ z_1(t) = Q^{1/2}(t)x(t) \\ z_2(t) = R^{1/2}(t)u(t) \\ \dot{\eta}(t) = (A_{\theta_0}(t) - L(t)C_{\theta_0}(t) - B_{\theta_0}(t)K(t))\eta(t) + L(t)y(t) \\ u(t) = -K(t)\eta(t) \end{cases}$$

- Commande classique : synthèse pour  $\theta = \theta_0$  fixé, sans incertitudes  $\delta = 0$
- Commande en boucle fermée est intrinsèquement robuste, mais ...
  - ▲ Stabilité préservée en réponse à des perturbations non-modélisées, faibles
  - ▲ Comportement inchangé pour petits écarts de  $\theta$  et  $\delta$
  - ▲ Performances fortement dégradées pour écarts moyens
  - ▲ Risque d'instabilité pour grands écarts
- Tenir compte des écarts
  - ▲ Commande robuste
  - ▲ Commande adaptative
  - ▲ Commande adaptative robuste

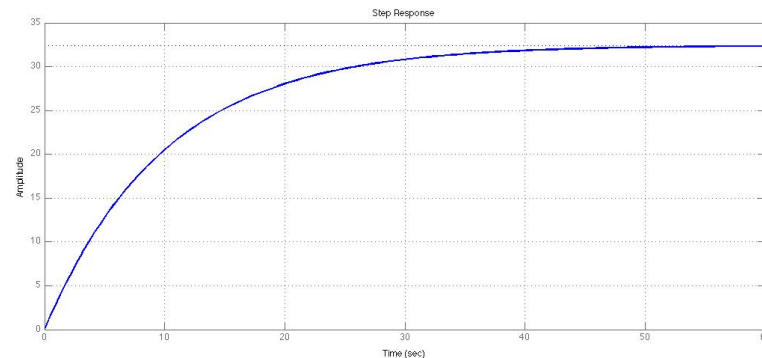
- Exemple très simple : moteur à courant continu

$$I\dot{\omega} = -f\omega + Ku \quad , \quad \omega = \frac{k}{Is + f}u$$

- Inertie  $I$  dépend de la charge : incertitude
- $k, f$  paramètres mal connus, peuvent dépendre de conditions d'utilisation
- Modèle du premier ordre : dynamiques électriques négligées

$$u = \frac{1}{\tau_e p + 1}v \quad , \quad \tau_e \ll I/f$$

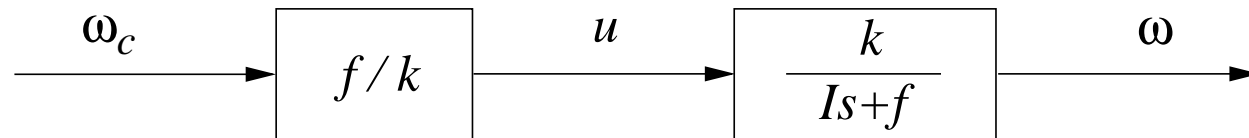
- $\forall k, I, f$  le système est stable, son comportement est similaire



■ Exemple très simple : moteur à courant continu

$$I\dot{\omega} = -f\omega + Ku \quad , \quad \omega = \frac{k}{Is + f}u$$

- Gain statique  $k/f$  : pour  $u = u_o$  on a  $\omega(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} ku_o/f$
- Indépendamment des dynamiques, on veut  $\omega(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \omega_c$
- Solution la plus simple : précommande



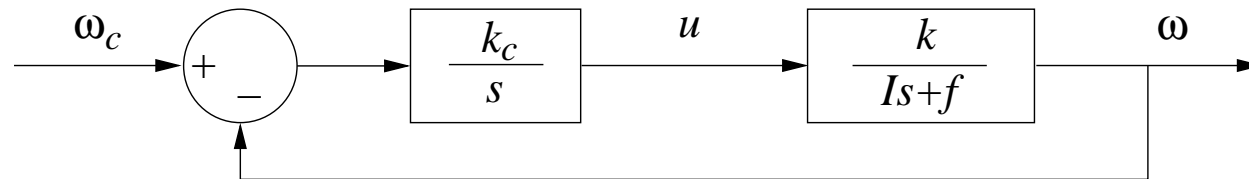
- ▲ Si  $f$  et  $k$  sont inconnues : comment choisir le gain ?
- ▲ Attendre que le régime permanent s'établisse et choisir le gain ?
- ▲ Règles logiques ou adaptation continue ?
- ▲ Convergence plus lente que système initial ?
- ▲ Preuve de stabilité ?

■ Exemple très simple : moteur à courant continu

$$I\dot{\omega} = -f\omega + Ku \quad , \quad \omega = \frac{k}{Is + f}u$$

● Indépendamment des dynamiques, on veut  $\omega(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \omega_c$

● Solution classique : boucle fermée avec intégrateur



▲ Si  $k_c \ll 1$  le système est très lent

▲ Si  $k_c \gg 1$  très oscillant (voir instable si on remet les dynamiques électriques)

▲ Valeur idéale (le plus rapide possible sans oscillations)  $k_c = f^2/4Ik$

(il est 2 fois plus lent que le système en boucle ouverte)

▲ Comment choisir  $k_c$  ?

▲ Diminuer si oscillations ? Augmenter sinon ?

▲ Adapter ? à quelle vitesse ? Preuve de stabilité ?

## ■ Modèles non-linéaires dans l'espace d'état

$$\Sigma(\theta, \delta) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ y(t) = g(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ z(t) = h(x, u, t, w, \theta, \delta) \end{cases}$$

## ● Tenir compte des écarts

- ▲ Commande robuste
- ▲ Commande adaptative
- ▲ Commande adaptative robuste

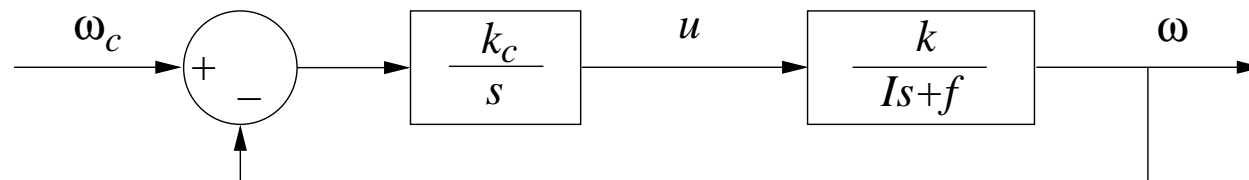
$$\Sigma(\theta, \delta) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ y(t) = g(x, u, t, w, \theta, \delta) \\ z(t) = h(x, u, t, w, \theta, \delta) \end{cases} \quad \Sigma_c : \begin{cases} \dot{\eta}(t) = f_c(\eta, y, t) \\ u(t) = g_c(\eta, y, t) \end{cases}$$

■ Commande robuste : valide pour toutes valeurs des paramètres et incertitudes

● Certificat de stabilité pour toutes les valeurs de  $\theta$  et  $\delta$

● Borne garantie sur les performances du système

● Exemple :



▲  $k_c \leq \max\left(\frac{f^2}{4Ik}\right)$  : boucle-fermée garantie sans oscillations

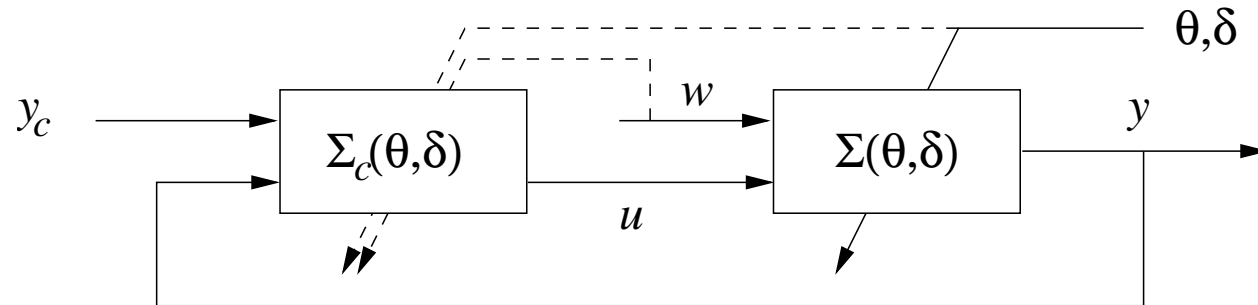
▲  $\min\left(\frac{\tau f - I}{\tau^2 k}\right) \leq k_c$  : convergence garantie avec constante de temps  $\geq \tau$

▲ Performances indicatives en supposant paramètres constants

● Avantage : simplicité de la loi de commande / Désavantage : pire cas

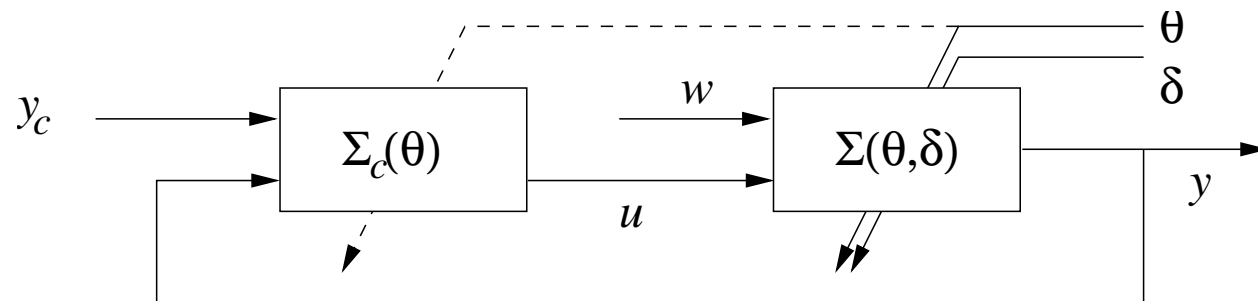
## ■ Commande adaptative :

*“Modifier le comportement de la loi de commande en réponse à des modifications dans les dynamiques du processus à contrôler et des perturbations”*



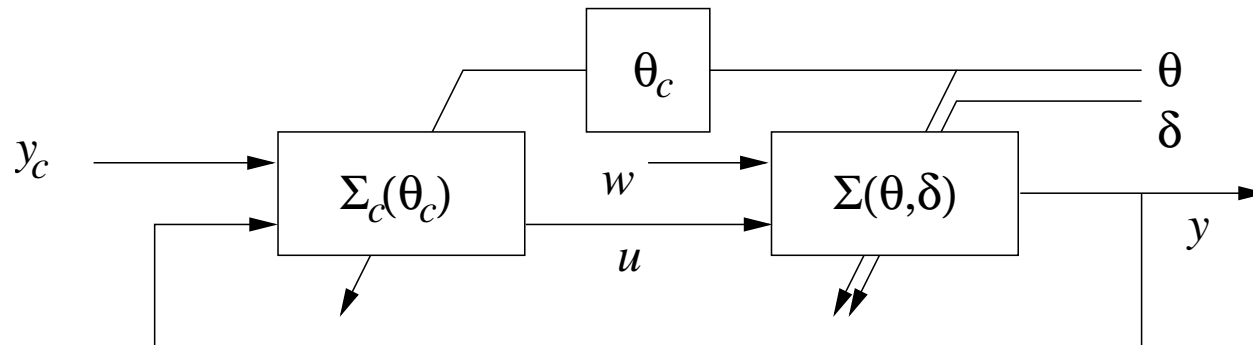
- ▲ Suppose de connaître  $\theta, \delta, w$ . Comment ?
- ▲ Impose un choix de loi d'adaptation. Lequel ?
- ▲ Le schéma global est non-linéaire. Preuves de stabilité ?

## ■ Commande adaptative robuste :



## ■ Commande adaptative - Séquencement de gain

- Hypothèses :  $\theta$  connu en temps réel, varie lentement dans le temps

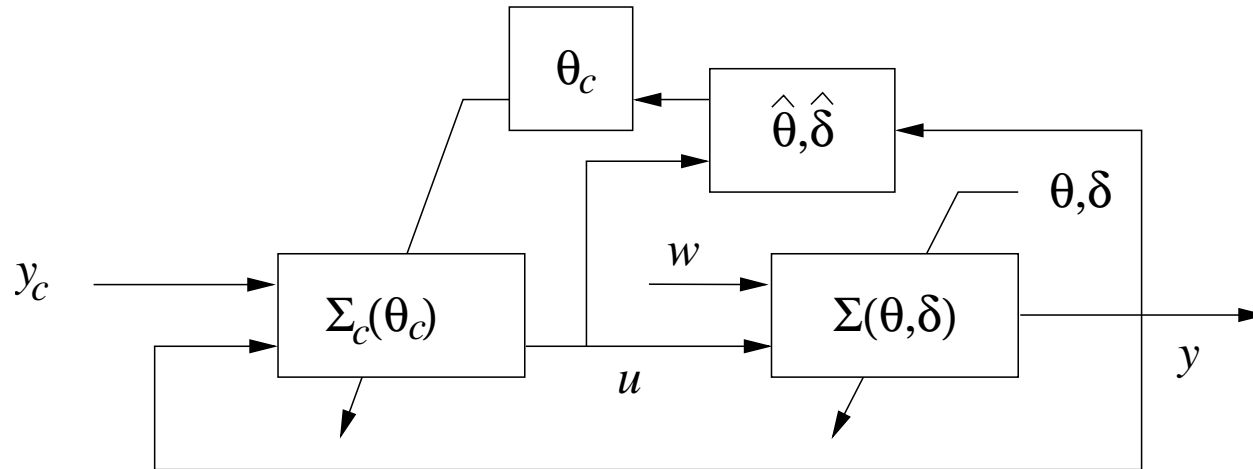


- ▲ Calculer régulièrement les paramètres (*optimaux, robustes...*) de  $\Sigma_c$
- ▲ Choisir les paramètres de  $\Sigma_c$  dans une table de valeurs pré-calculées (commande tabulée)
- ▲ Définir a priori une fonction  $\theta_c(\theta)$   
(Quand  $\Sigma_c$  est linéaire : commande Linéaire à Paramètres Variants, LPV)
- Variations temporelles de  $\theta$  induisent des comportements non-linéaires
- Et si  $\theta$  n'est pas mesurée ?

## ■ Commande adaptative indirecte

● Hypothèses :  $\theta, \delta$  varient lentement dans le temps

● Estimation paramétrique en temps réel : estimées  $\hat{\theta}, \hat{\delta}$



● Principe de séparation :

▲ Dynamiques d'estimation/séquencement de gain

n'ont pas/peu d'influence sur la dynamique globale

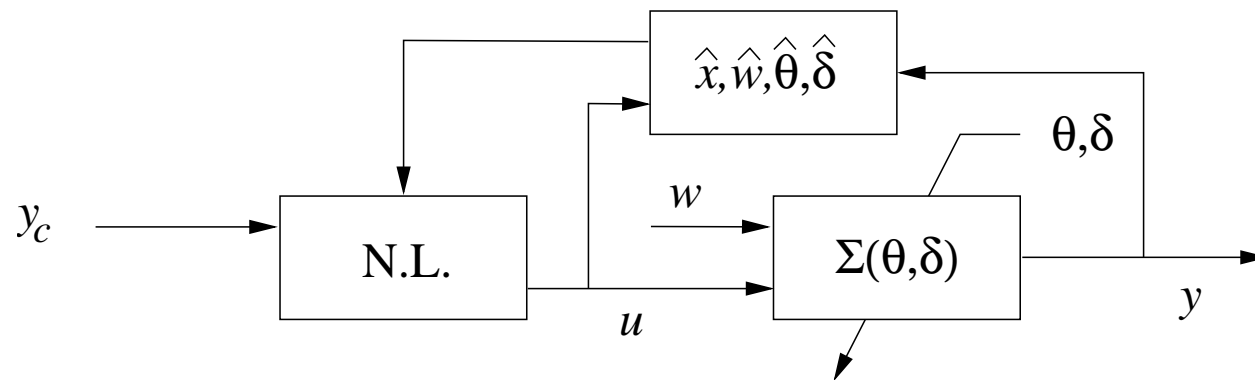
▲ Estimation indépendante de  $\Sigma_c$

● Différentes techniques d'estimation : moindres carrés, gradient, projections...

● Précision d'estimation : besoin d'excitation permanente

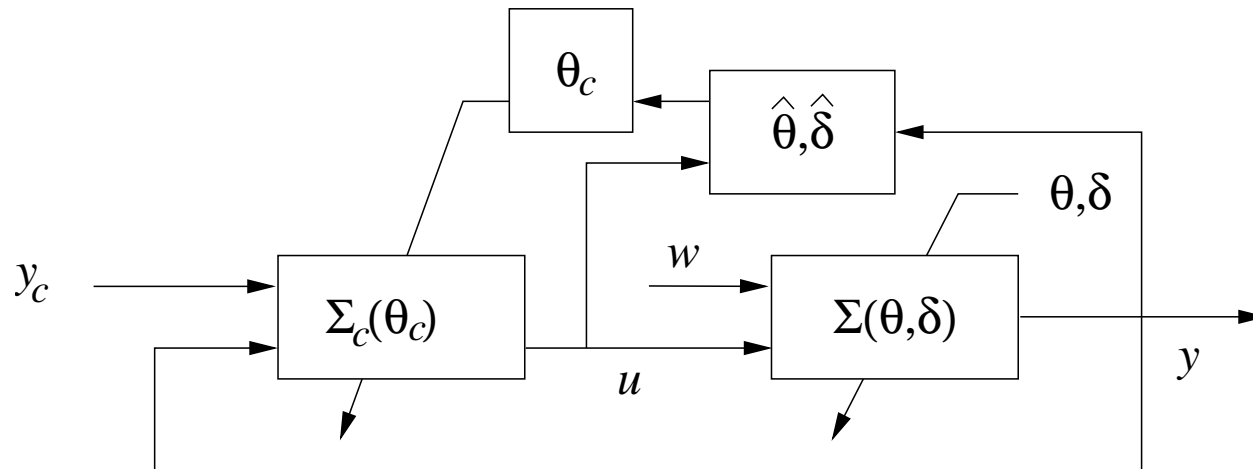
## ■ Commande adaptative indirecte

- Si les dynamiques de  $\Sigma$  sont suffisamment lentes : estimation de l'hyper-état

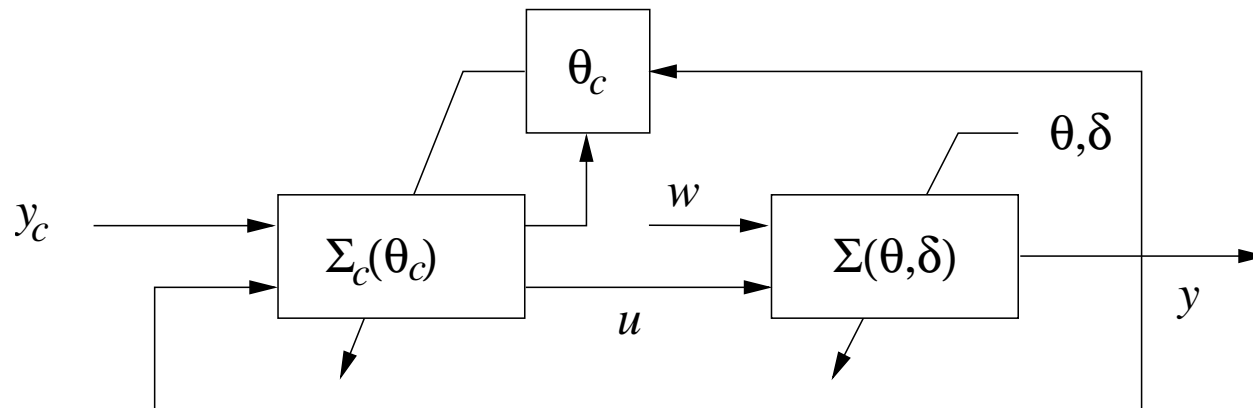


- ▲ Dynamiques de  $\theta$  et celles de  $x$  peuvent être proches
- ▲ Généralise le schéma : retour d'état/observateur
- ▲ Problème d'estimation très complexe
- ▲ Commande fortement non linéaire, grandes dimensions

## ■ Commande adaptative indirecte



## ■ Commande adaptative directe

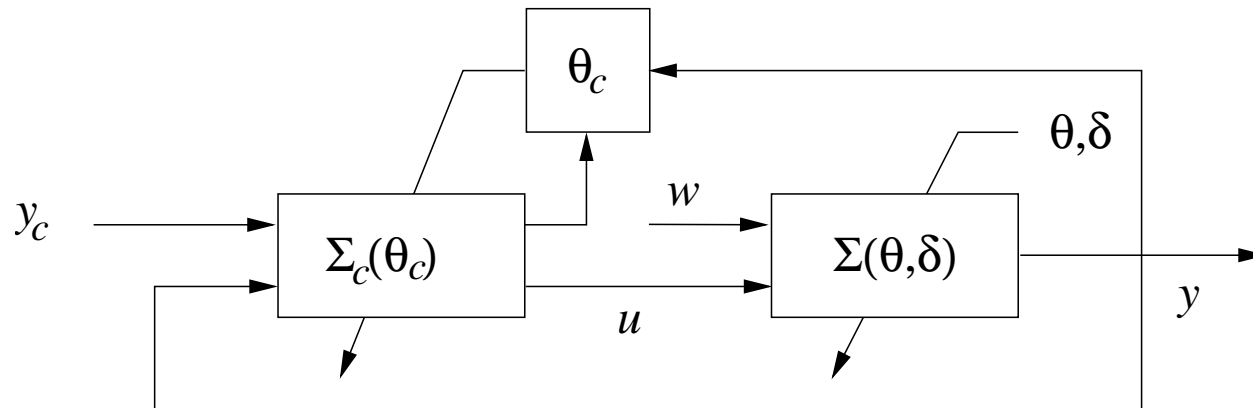


▲ Si  $\theta_c = F(\theta, \delta)$  et  $F$  inversible :

le calcul de  $\theta_c$  est un problème d'estimation pour  $\Sigma(F^{-1}(\theta_c))$

▲ “MIT rule” : heuristique quand  $F$  est inconnue

## ■ Commande adaptative directe



### ● Schéma de commande plus simple

(parfois appelée “simple adaptive control”, [Barkana])

### ● Possibilité d’obtenir des preuves de stabilité de la boucle fermée complète

(sans principe de séparation)

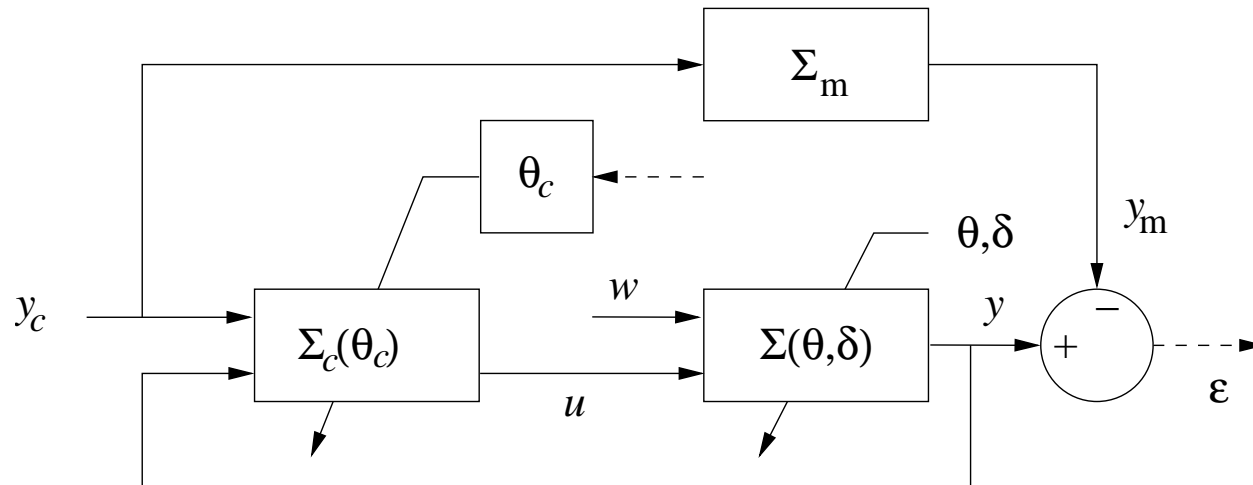
▲ Résultats de stabilité par la théorie de Lyapunov

▲ Limitations : Hypothèses de passivité sur  $\Sigma$

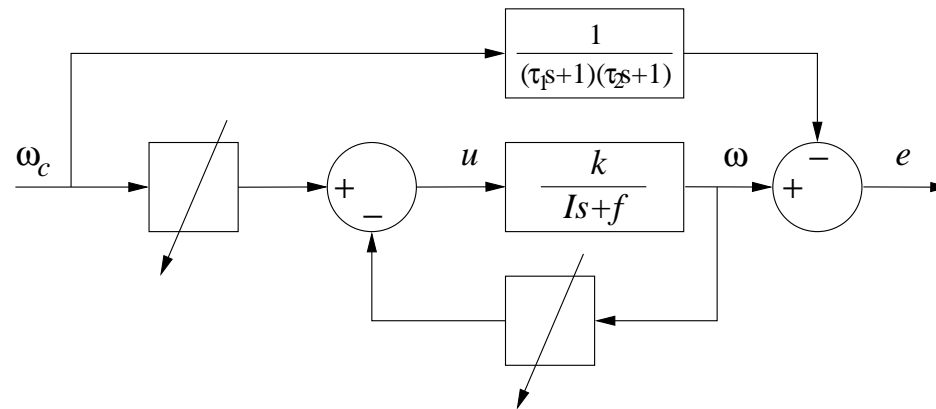
(parfois appelée “passivity-based adaptive control”, [Fradkov])

## ■ Commande adaptative à modèle de référence - MRAC

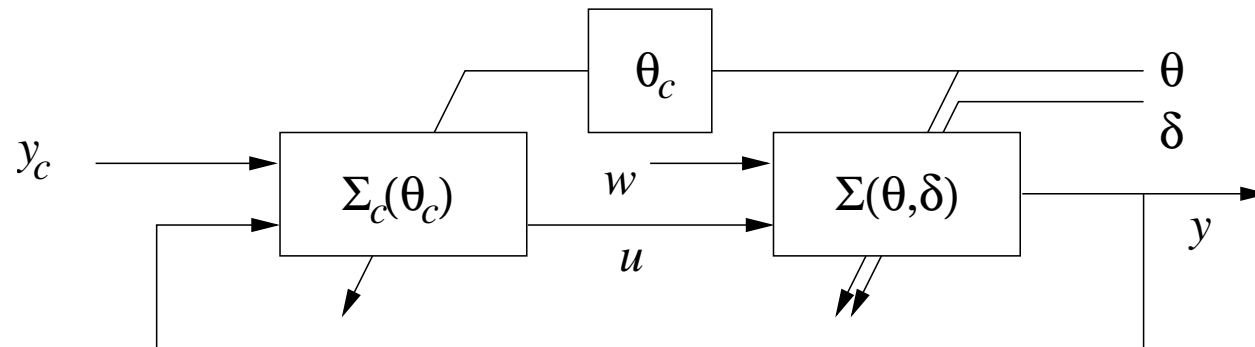
- Jusqu'ici : régulation autour d'un point d'équilibre
- Résultats s'étendent à : adaptation pour suivre comportement de référence



- Exemple : Modèle de référence du second ordre pour moteur à courant continu



## ① Commande par séquençement de gain, commande LPV



● Jean-Marc BIANNIC - DCSD-ONERA - Toulouse

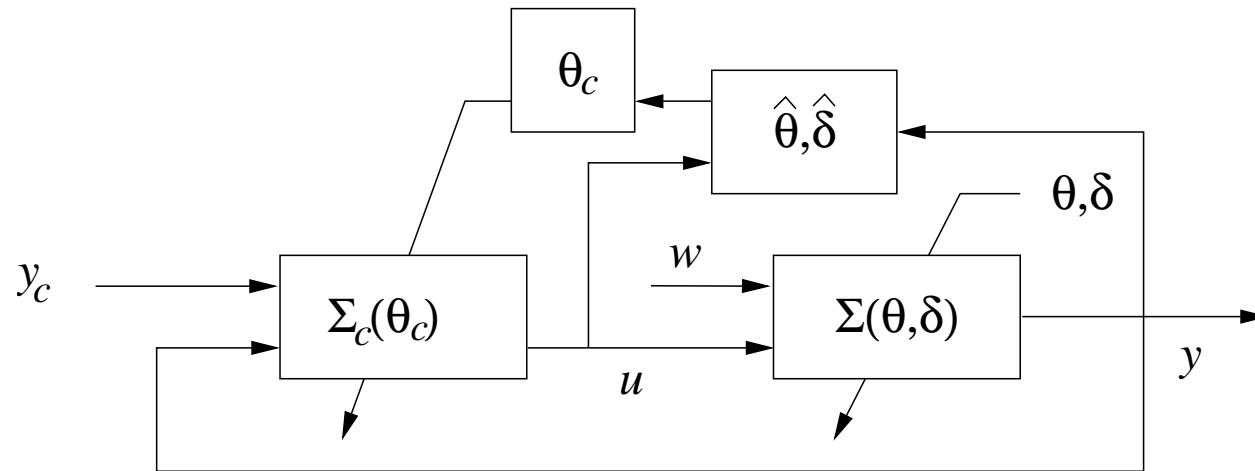


Ingénieur SupAéro - Thèse en 1996 - HdR en 2010

Jean-Marc.Biannic@onera.fr

● Lundi 16 Mai - 10h-12h & 14h-17h

## ② Estimation des paramètres



● Denis EFIMOV - IMS - Université de Bordeaux 1

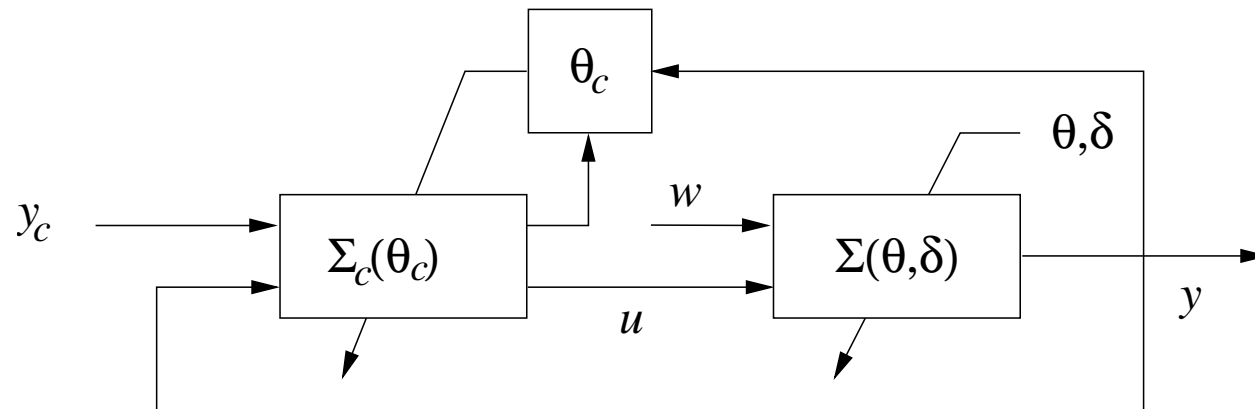


Univ. de St Petersburg, Russie - Thèses en 2001 et 2006

denis.efimov@u-bordeaux1.fr

● ~~Mardi 17~~ Mercredi 18 Mai - 10h-12h & 14h-17h

## ③ Commande adaptative directe - "passivity-based" - PBAC



● Dimitri PEAUCELLE - LAAS-CNRS - Université de Toulouse LAAS-CNRS

Ingénieur Ecole Centrale de Lille - Thèse en 2000 - HdR en 2011

peaucelle@laas.fr

● ~~Mercredi 18~~ **Mardi 17** Mai - 10h30-12h30 & 14h-17h

## ④ Travaux pratiques - LPV et PBAC

● Jean-Marc BIANNIC - DCSD-ONERA - Toulouse



● Dimitri PEAUCELLE - LAAS-CNRS - Université de Toulouse



● Jeudi 19 Mai - 9h-13h