

Synthèse Polynomiale LPV appliquée à la commande d'un moteur d'avion

Wilfried GILBERT¹, Didier HENRION^{1,2}, Jacques BERNUSSOU¹, David BOYER³

¹ LAAS-CNRS

Université de Toulouse

7, Avenue du Colonel Roche, 31077 Toulouse Cedex 4, France

² FEL-ČVUT, Prague, République Tchèque

³ Snecma, Villaroche, France

wgilbert@laas.fr, henrion@laas.fr, bernussou@laas.fr

Résumé— Des résultats existant sur la synthèse de correcteurs d'ordre fixé sont étendus au cas de la synthèse LPV SISO avec garantie de performance H_∞ sur l'ensemble de variation du paramètre de séquençement. Les caractéristiques principales de l'approche sont : (a) l'utilisation de polynômes pour la modélisation des systèmes ; (b) l'utilisation de conditions LMI flexibles autorisant une dépendance polynomiale en la variable de séquençement des fonctions de transfert du système en boucle ouverte et du correcteur ; (c) l'existence d'un découplage au niveau des conditions LMI entre les variables de Lyapunov et les variables du correcteur, qui permet à la fois l'utilisation de fonctions de Lyapunov dépendant de paramètres et la synthèse d'un correcteur d'ordre fixé. La procédure de synthèse est intégrée à l'outil de simulation ATOL développé par la Snecma dans le but de mettre en place des techniques de synthèse LPV systématiques et de complexité réduite, pour la commande de moteurs d'avions.

Mots-clés— Moteurs d'avions, systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV), correcteurs d'ordre fixé, inégalités matricielles linéaires (LMI), polynômes.

I INTRODUCTION

Les techniques de synthèse par séquençement sont largement appliquées dans le cadre de la commande de procédés industriels dont les dynamiques varient fortement en fonction du point de fonctionnement ou de l'environnement. Il existe différentes techniques de séquençement, allant de techniques de réglage ad hoc à des techniques plus sophistiquées avec des garanties de stabilité et de performance sur l'ensemble de variation possible, voir [1], [2] pour un état de l'art en la matière. Les techniques de synthèse de correcteurs Linéaires à Paramètres Variants (LPV) via l'optimisation convexe et les inégalités matricielles linéaires (LMI) font partie de la dernière catégorie. Cette approche a trouvé un large écho dans le domaine aéronautique et a notamment été appliquée, comme l'attestent [3] et [4], à la commande de moteurs d'avions, dont les dynamiques sont caractérisées par une forte sensibilité dans l'enveloppe de vol (vitesse, altitude) ou à l'environnement (pression atmosphérique, température).

Les principaux inconvénients des techniques actuelles de séquençement LPV/LMI sont les suivants :

- un changement de variable linéarisant est nécessaire

pour obtenir une formulation LMI, et le correcteur doit être reconstruit a posteriori en faisant appel à des manipulations d'algèbre linéaire fastidieuses, voir [5] pour une vue d'ensemble.

- l'ordre du correcteur doit être égal à l'ordre du système plus l'ordre des fonctions de pondération, ce qui est parfois contradictoire avec les contraintes inhérentes aux systèmes embarqués en aéronautique.
- une forme espace d'état canonique appropriée doit être obtenue sur l'ensemble de variation.

Tous ces problèmes sont explicitement énumérés dans un article de [6] où une loi de commande LPV/LMI est mise en place pour un système mécatronique.

Dans ce papier, une nouvelle approche est développée, visant à supprimer les inconvénients présentés ci-dessus :

- les variables du correcteur sont directement des variables de décision des LMI de synthèse ;
- l'ordre du correcteur ainsi que sa structure sont choisis dès le départ, et ce indépendamment de l'ordre du système en boucle ouverte et des fonctions de pondération ;
- les conditions de synthèse sont énoncées à l'aide du formalisme polynomial.

L'objectif principal est de fournir une technique de synthèse relativement simple qui puisse être intégrée à l'outil de synthèse et simulation ATOL développé par la Snecma¹.

Des travaux antérieurs ont permis d'obtenir des modèles LPV de différentes fonctions de transfert d'un moteur d'avion [7], [8]. Ces modèles sont utilisés dans cet article pour valider l'approche présentée.

II PROBLÉMATIQUE

On considère un système continu SISO dont la fonction de transfert en boucle ouverte est $G(s, \theta) = B(s, \theta)/A(s, \theta)$,

¹Société du groupe SAFRAN, Snecma conçoit, seul ou en coopération, des moteurs pour avions civils et militaires, pour lanceurs spatiaux et pour satellites

où A et B sont des polynômes dépendant de la variable de Laplace $s \in \mathbb{C}$, tous deux paramétrés par un vecteur $\theta \in \mathbb{R}^p$ permettant de prendre en compte l'évolution du modèle par rapport à son environnement. On suppose que θ est un vecteur variant dans le temps exogène mesurable en temps-réel. θ appartient à l'ensemble semi-algébrique

$$\Theta = \{\theta \in \mathbb{R}^q : g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, r\} \quad (1)$$

où les polynômes g_i sont connus.

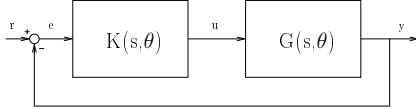


Fig. 1. Configuration de la boucle fermée

Soit $K(s, \theta) = Y(s, \theta)/X(s, \theta)$ un correcteur dépendant également du vecteur θ . Son ordre et sa structure ne dépendent ni de l'ordre ni de la structure du modèle en boucle ouverte. Ce correcteur est placé dans la configuration présentée sur la Figure 1.

$M(s, \theta) = N(s, \theta)/D(s, \theta)$ représente n'importe quelle fonction de transfert de cette configuration. M peut être la fonction de transfert $BY/(AX+BY)$ entre le signal de référence r et le signal de sortie y , voire la fonction de transfert de sensibilité $AX/(AX+BY)$ entre r et le signal d'erreur e . Quelle que soit la fonction de transfert considérée, il est important de noter que le numérateur et le dénominateur de M dépendent linéairement des polynômes X et Y du correcteur.

A l'aide de ces notations, le problème à résoudre peut s'exprimer de la façon suivante :

Problème de synthèse LPV :

Etant donné un système en boucle ouverte $G(s, \theta)$, trouver un correcteur $K(s, \theta)$ tel que le système en boucle fermée $M(s, \theta)$ soit stable et tel que sa norme H_∞ soit inférieure à une certaine borne γ donnée, quel que soit θ appartenant à Θ .

La résolution de ce problème de synthèse se passe en trois phases :

1. Des conditions LMI suffisantes sont obtenues, garantissant la stabilité d'un polynôme.
2. Ces conditions sont étendues au cas de la stabilité robuste d'un polynôme affecté par une incertitude additive non structurée et bornée en norme.
3. Les conditions sont une nouvelle fois étendues au cas de polynômes avec une dépendance polynomiale en θ .

III PROBLÈME LPV

Par la suite, on associe à tout polynôme $R(s) = \sum_{i=0}^d r_i s^i$, de degré d , le vecteur formé par ses coefficients $R = [r_0 \ r_1 \ \dots \ r_d]$.

III-A Stabilité d'un polynôme

Dans ce papier, un polynôme est stable lorsque toutes ses racines appartiennent au demi-plan gauche ouvert.

Soit la fonction de transfert $M(s) = N(s)/D(s)$, ne dépendant pas du paramètre θ , où $D(s) = \sum_{i=0}^d d_i s^i$ et $N(s) = \sum_{i=0}^d n_i s^i$ sont des polynômes de degré d . On définit par $y_M(t)$ et $u_M(t)$ les signaux d'entrée et de sortie de cette fonction de transfert telle que $Y_M(s)/U_M(s) = N(s)/D(s)$, avec $U_M(s)$ et $Y_M(s)$ les transformées de Laplace respectives des signaux $u_M(t)$ et $y_M(t)$.

Des conditions suffisantes de stabilité, basées sur la théorie de Lyapunov, sont présentées dans cette Section.

On définit par

$$x(t) = [y_M; dy_M/dt; \dots d^{d-1}y_M/(dt)^{d-1}]$$

un vecteur d'état et $\xi(t) = [x; d^d y_M / (dt)^d]$.

Soient

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

deux matrices de dimension $d \times (d+1)$ telles que : $x(t) = \Pi_2 \xi(t)$ et $\dot{x}(t) = \Pi_1 \xi(t)$. On considère une fonction de Lyapunov quadratique telle que : $V(t) = x^*(t)Px(t) = \xi^*(t)\Pi_2^*P\Pi_2\xi(t)$, où $*$ représente la transposée. Finalement, on définit la fonction linéaire $F(P) = \Pi_1^*P\Pi_2 + \Pi_2^*P\Pi_1$.

Théorème 1: Etant donné un polynôme stable $C(s)$, le polynôme $D(s)$ est stable si et seulement si il existe une matrice symétrique P telle que :

$$C^*D + D^*C - F(P) \succeq 0$$

où $\succeq 0$ signifie semi-défini positif, c'est-à-dire toutes les valeurs propres réelles et non négatives.

Le polynôme $C(s)$ est appelé le polynôme central. Il joue un rôle clé, cf. Section IV-A.

Preuve du Théorème 1 : Elle s'inspire de [9]. Il faut tout d'abord se rappeler que la stabilité asymptotique du système dynamique décrit dans le domaine de Laplace par la relation algébrique $D(s)Y_M(s) = N(s)U_M(s)$ dépend uniquement des racines du polynôme $D(s)$: elles doivent toutes appartenir au demi-plan ouvert gauche.

D'après la seconde approche de Lyapunov, la stabilité asymptotique de ce système dépend également des conditions $V(t) > 0$ et $\dot{V}(t) \leq 0$ le long des trajectoires du système, c'est-à-dire pour tout vecteur $\xi(t)$ tel que $D\xi(t) = 0$. Par construction, la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est donnée par $\dot{V}(t) = \xi^*(t)F(P)\xi(t)$. Les conditions de stabilité peuvent donc être résumées de la sorte :

$$\begin{aligned} V > 0 & \iff \xi^* \Pi_2^* P \Pi_2 \xi > 0 \\ \dot{V} \leq 0 & \iff -\xi^* F(P) \xi \geq 0 \\ \text{Le long des trajectoires} & \iff D\xi = 0. \end{aligned}$$

Le Lemme de Finsler [9], appliqué aux deux dernières inégalités quadratiques, permet d'écrire qu'il existe un vecteur C (de même dimension que D) tel que

$$\begin{aligned} C^*D + D^*C - F(P) &\succeq 0 \\ P &\succ 0. \end{aligned} \quad (2)$$

La condition $P \succ 0$ est redondante puisque $C(s)$ est par définition stable, voir [10]. \square

III-B Performance H_∞

Supposons maintenant que le polynôme $D(s)$ est affecté par une incertitude additive bornée en norme :

$$D_\Delta(s) = D(s) + \Delta N(s)$$

$\|\Delta\|_\infty \leq \gamma^{-1}$, où Δ est une matrice d'incertitude non structurée et γ est un scalaire positif donné.

D'après le théorème du faible gain [11], la stabilité robuste du polynôme $D_\Delta(s)$ revient à vérifier la contrainte de performance H_∞ suivante :

$$\|N(s)D^{-1}(s)\|_\infty < \gamma. \quad (3)$$

Théorème 2: Etant donné un polynôme stable $C(s)$, la fonction de transfert $N(s)/D(s)$ est stable et satisfait la contrainte de performance H_∞ (3) s'il existe une matrice symétrique P et un scalaire λ tel que :

$$\begin{bmatrix} C^*D + D^*C - F(P) - \lambda C^*C & N^* \\ N & \lambda\gamma^2 I_n \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (4)$$

Preuve du Théorème 2 : Elle est obtenue en deux temps. En appliquant tout d'abord le Théorème 1 au polynôme incertain $D_\Delta(s)$, on obtient l'inégalité quadratique suivante :

$$\xi^* (C^*(D + \Delta N) + (D^* + N^*\Delta^*)C - F(P)) \xi \geq 0$$

qui doit être vérifiée pour tous les vecteurs ξ .

En posant $z = \Delta^*C\xi$, l'expression peut être reformulée par :

$$\begin{bmatrix} \xi \\ z \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} C^*D + D^*C - F(P) & N^* \\ N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ z \end{bmatrix} \geq 0. \quad (5)$$

De plus, l'hypothèse faite sur la forme de l'incertitude $\|\Delta\|_\infty \leq \gamma$ est équivalente à :

$$\gamma^{-2}I - \Delta\Delta^* \succeq 0$$

ou

$$\xi^* C^* C \xi - \gamma^2 z^* z \geq 0. \quad (6)$$

La S-procedure [9] peut alors être appliquée aux inégalités quadratiques (5) et (6). La LMI (4) est ainsi obtenue. \square

La LMI (4) est résolue pour un scalaire γ fixé. Typiquement, un choix judicieux de γ est 1.2 [12].

III-C Extension aux systèmes LPV

Dans cette partie, les polynômes $N(s)$ et $D(s)$ dépendent en plus d'un vecteur de paramètre θ défini comme dans la Section II. On note cette dépendance comme suit :

$$D(s, \theta) = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^q} D_\alpha(s) \theta^\alpha, \quad N(s, \theta) = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^q} N_\alpha(s) \theta^\alpha$$

où $D_\alpha(s)$ et $N_\alpha(s)$ sont des polynômes de degré d en s .

On rappelle que les polynômes $N(s)$ et $D(s)$ dépendent linéairement des coefficients des polynômes du correcteur $X(s)$ et $Y(s)$ qui sont les variables de décision du problème. Ces variables sont regroupées dans un vecteur k , comprenant également la matrice P et le scalaire λ . L'inégalité (4) devient alors une LMI en k dépendant polynomialement du paramètre θ :

$$\begin{aligned} L(k, \theta) &= \sum_{\alpha} L_\alpha(k) \theta^\alpha = \\ &\begin{bmatrix} C^*D(\theta) + D(\theta)^*C - F(P) - \lambda C^*C & N(\theta)^* \\ N(\theta) & \lambda\gamma^2 I_n \end{bmatrix} \succeq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Le problème revient à trouver un paramètre k assurant la semi-définie positivité de l'inégalité matricielle pour toute valeur du paramètre $\theta \in \Theta$. Il s'agit donc de résoudre un problème LMI paramétré, un problème d'optimisation convexe difficile dans le cas général. Plusieurs techniques ont déjà été proposées, voir par exemple le survol [13]. La technique présentée ici est une extension matricielle d'un résultat proposé par Putinar pour assurer la positivité de polynômes sur des ensembles semialgébriques.

On suppose, ce qui n'est pas restrictif, que l'ensemble semialgébrique Θ est compact et qu'il est inclus dans une sphère de rayon ρ , centrée en l'origine. A la description de l'ensemble (1), la contrainte $g_{r+1}(\theta) = \rho^2 - \|\theta\|_2^2 \geq 0$ peut alors être ajoutée.

Lemme 1: Il existe k tel que $L(k, \theta) \succ 0$ quel que soit $\theta \in \Theta$ si et seulement si il existe des polynômes matriciels sommes de carrés $M_i(\theta)$ tels que

$$L(k, \theta) = M_0(\theta) + \sum_{i=1}^{r+1} g_i(\theta) M_i(\theta).$$

Preuve du Lemme 1 : Elle est donnée dans [13] par le lemme 24. Il s'agit d'une extension au cas polynomial matriciel d'un résultat de Putinar scalaire utilisé pour des problèmes d'optimisation de polynômes dans [14]. \square

Le Lemme 1 donne une inégalité stricte alors que l'inégalité (7) obtenue dans cet article est non stricte. D'un point de vue numérique, cela ne constitue pas un problème puisque $L(k, \theta) \succ 0$ peut être écrit $L(k, \theta) \succeq \epsilon I$ pour tout scalaire ϵ arbitrairement petit.

Montrer qu'un polynôme matriciel de degré donné est une somme de carrés est un problème LMI [13] mais le degré des polynômes multiplicateurs $M_i(\theta)$ n'est pas connu à l'avance. En pratique, la résolution de ce problème revient à résoudre une hiérarchie de LMIs dont la taille augmente au fur et à mesure, dans le même esprit que dans [14].

III-D Remarques

Les systèmes à temps discret peuvent également être traités avec cette technique. Il suffit de modifier la forme de $F(P)$. Voir [10], [15] pour plus de détails.

Les LMIs (7) assurent la stabilité quadratique du système puisque la matrice de Lyapunov P est choisie constante. P pourrait tout autant dépendre de θ . Dans ce cas, la matrice polynomiale $L(k, \theta)$ de la relation (7) serait légèrement modifiée mais le reste de l'approche reste valide.

D'autres critères pour assurer la positivité de matrices polynomiales sur un ensemble semialgébrique peuvent être utilisés pour le Lemme 1, cf. [13] pour un survol. Ces approches permettent d'obtenir des conditions LMIs suffisantes pour la résolution sur des ensembles compacts de LMI paramétrées. La nécessité n'est assurée qu'asymptotiquement, c'est-à-dire pour des multiplieurs dont le degré est arbitrairement élevé.

Bien que l'approche présentée dans cet article ne le soit que pour des fonctions de transfert SISO, elle reste applicable dans le cas de systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output). Il suffit de s'assurer que les fonctions de transfert MIMO considérées ont un dénominateur scalaire car dans le cas général MIMO, le produit matriciel n'est pas commutatif. Les matrices $X(s)$ et $Y(s)$ du correcteur n'entrent donc pas de façon linéaire dans la fonction de transfert en boucle fermée $M(s, \theta)$. Le fait de choisir un dénominateur commun scalaire règle ce problème et n'est pas restrictif : le plus petit commun multiple entre tous les dénominateurs est toujours un choix possible.

IV APPLICATION À LA COMMANDE D'UN MOTEUR D'AVION

On se propose dans cette partie d'appliquer la technique de synthèse à la commande d'un moteur d'avion. Les modèles utilisés sont ceux obtenus dans [8], [7]. Ils dépendent de la variable scalaire $\theta = \text{PS32}$, qui représente la pression dans la chambre de combustion. Deux transferts sont étudiés en particulier : le premier entre le débit carburant WF32 et la vitesse de la turbine XN2. Le second est entre WF32 et la vitesse du fan basse pression XN25.

La mise en forme des problèmes LMI se fait à l'aide de YALMIP 3.0 [16]. Leur résolution fait appel à SeDumi 1.1 [17] sous Matlab 6.5. Les correcteurs LPV obtenus sont validés sous Simulink à l'aide d'un modèle non-linéaire fourni par la Snecma. Différents points de l'enveloppe de vol (altitude et Mach) peuvent être choisis afin de vérifier la robustesse du système. En raison de la présence de saturations sur WF32, un système d'anti-emballement (anti-windup) basique [18] est ajouté lors de la phase de validation. Pour des raisons de confidentialité, les unités et les échelles n'apparaissent pas sur les figures.

IV-A Réglage du polynôme central

Comme expliqué dans [15], il est difficile de donner une formule générale permettant de faire un choix de polynôme central univoque. Dans un certain sens, le choix du polynôme central peut être assimilé au choix des filtres de pondération dans le problème de sensibilité mixte, voir [11] par exemple. La seule condition nécessaire concernant ce paramètre est de choisir un polynôme stable.

Bien qu'il soit difficile de montrer d'un point de vue théorique que $C(s)$ peut être considéré comme un placement de pôles possible, la Figure 2 montre qu'il y a une vraie corrélation entre le choix des racines du polynôme central et les pôles du système en boucle fermée : les pôles du système en boucle fermée tendent à être proches des racines de $C(s)$.

L'exemple reprend différentes synthèses effectuées sur un même système d'ordre 4 en boucle fermée. Seul le choix du polynôme central varie entre les synthèses ; il est donné en haut de chaque lieu des racines. Chacun de ces lieux représente l'évolution des 4 pôles du système obtenus pour différentes valeurs figées de la variable d'interpolation θ . On voit clairement que plus les racines du polynôme central sont négatives et plus les pôles du système en boucle fermée sont rapides et proches des racines de $C(s)$.

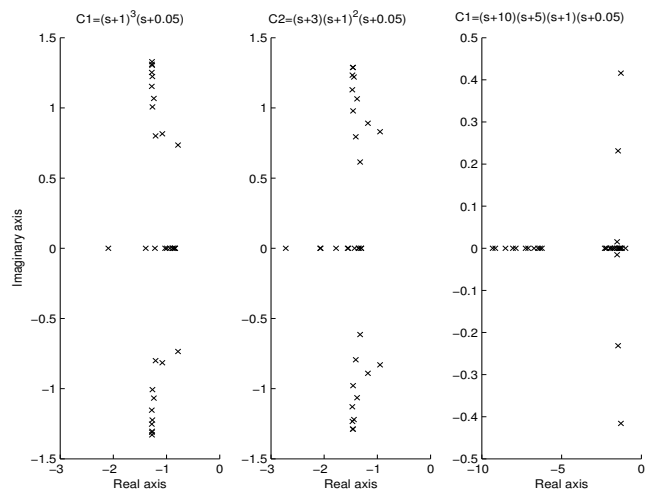


Fig. 2. Comparaison des pôles d'un même système en boucle fermée obtenu en différents points de l'enveloppe de vol, avec trois différents polynômes centraux.

Dans le cas où la technique est utilisée pour une application, les bonnes dynamiques naturelles du procédé donnent des indications sur le modèle en boucle fermée désiré et donc sur les racines du polynôme central.

Il faut cependant noter que le degré de $C(s)$ est égal au degré du dénominateur $D(s, \theta)$ de la fonction de transfert. Lorsque le degré du dénominateur augmente, le nombre de racines de $C(s)$ augmente aussi. Dans un sens, cela donne plus de degré de liberté, mais dans l'autre le réglage de $C(s)$ se retrouve nécessairement plus complexe. La taille des LMI est aussi plus grande, donc potentiellement plus difficile à résoudre.

Bien entendu, ces indications restent vagues. Le choix du polynôme central revient à l'ingénieur. Puisqu'il n'y a pas de critères à optimiser concernant le choix de $C(s)$, plusieurs itérations sont nécessaires avant de trouver un choix correct. Cette étape reste nécessaire pour obtenir de bons résultats.

IV-B Boucle WF32-XN25

L'approche polynomiale est appliquée au contrôle d'un modèle LPV du second ordre avec une dépendance affine en θ . Le correcteur recherché est un correcteur PI LPV dont

la fonction de transfert peut s'écrire :

$$K(s, \theta) = (k_{i1} + k_{i2}\theta)\frac{1}{s} + (k_{p1} + k_{p2}\theta). \quad (8)$$

Les simulations du système LPV en boucle fermée sont montrées sur la Figure 3. Elles correspondent à la variation θ présentée sur la Figure 4. La présence d'un intégrateur

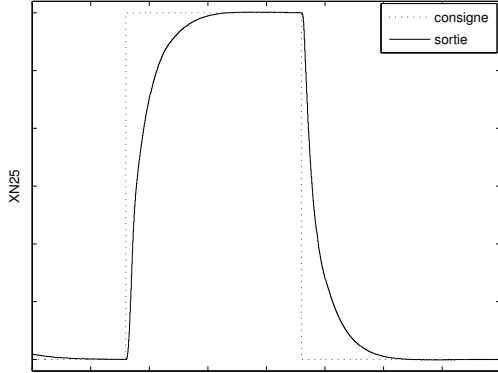


Fig. 3. Contrôle de la boucle WF32-XN25. Réponse indiciale. Altitude : 10000ft, Mach : 1.3.

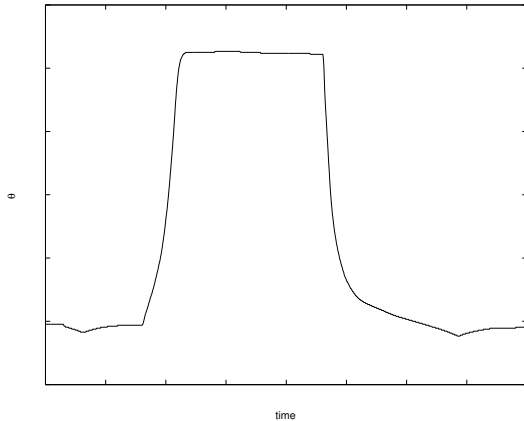


Fig. 4. Contrôle de la boucle WF32-XN25. Evolution de la variable de séquencement θ .

dans le correcteur garantit une bonne poursuite. Le bon comportement de la réponse temporelle est assuré via un choix adéquat de $C(s)$.

IV-C Boucle WF32-XN2

Le modèle considéré est un modèle LPV du premier ordre avec une dépendance du second ordre en θ . Il est contrôlé par un correcteur LPV du second ordre.

La Figure 5 représente le système LPV en boucle fermée obtenu pour les variations de θ apparaissant sur la Figure 6.

V CONCLUSION

Cet article présente l'extension de la technique de synthèse d'un correcteur d'ordre fixé au cas de la synthèse LPV SISO avec garantie de performance H_∞ sur l'ensemble

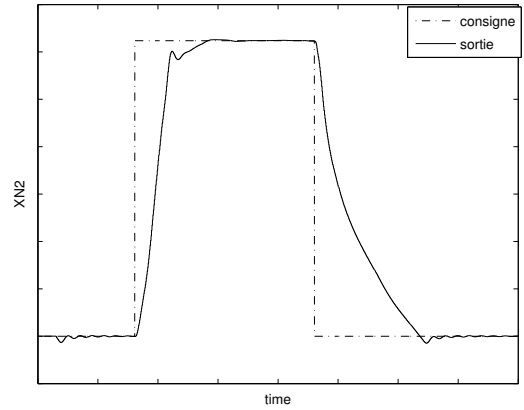


Fig. 5. Contrôle de la boucle WF32-XN2. Réponse indiciale. Altitude : 0ft, Mach : 0.

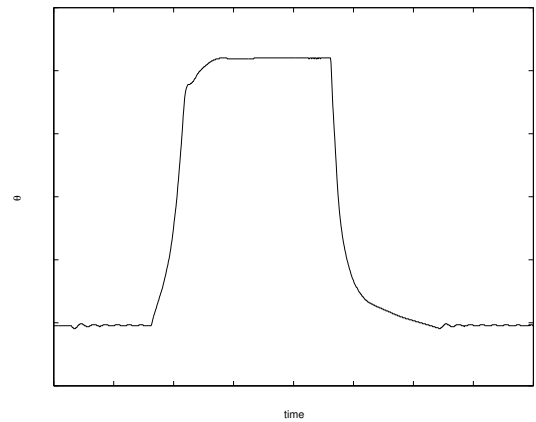


Fig. 6. Contrôle de la boucle WF32-XN2. Evolution de la variable de séquencement θ .

de variation du paramètre de séquencement. L'idée du polynôme central, développée dans [15] est reprise ici pour obtenir une formulation LMI du problème vérifiant les propriétés suivantes :

- les variables du correcteur apparaissent explicitement en tant que variables de décision dans les LMI, ce qui permet d'éviter une phase fastidieuse de reconstruction du correcteur ;
- l'ordre et la structure du correcteur sont fixés dès le départ, indépendamment de l'ordre du système en boucle ouverte et des fonctions de pondération ;
- les conditions de synthèse sont directement obtenues à partir du formalisme polynomial, en utilisant une description rationnelle.
- les fonctions de transfert du modèle en boucle ouverte et du correcteur dépendent polynomialement du paramètre de séquencement ;
- le découplage existant entre les variables de Lyapunov et les variables du correcteur permet d'envisager l'utilisation de fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres.

La technique de synthèse est appliquée dans le cadre d'un projet de recherche industriel mené en collaboration avec la Snecma et visant à commander un moteur d'avion.

Le choix du polynôme central demeure la majeure difficulté de l'approche. Comme expliqué dans [15], le polynôme central peut être considéré comme un placement de pôles. Pour un choix du polynôme central donné, si les LMI ne sont pas faisables alors cela peut signifier que les dynamiques du système en boucle fermée ne sont pas atteignables. Mais cela peut aussi arriver lorsque les dynamiques sont atteignables, soulignant ainsi que les LMI sont trop conservatives pour obtenir un correcteur approprié. Cet aspect est la principale limitation de l'approche à l'heure actuelle.

Comme dans le problème de sensibilité mixte, plusieurs transferts peuvent être considérés simultanément (fonction de sensibilité et de sensibilité mixte par exemple). Dans ce cas, plusieurs LMIs du type de la LMI (4) doivent être résolues afin d'obtenir le correcteur LPV recherché. Néanmoins, cela n'a rien à voir avec le passage au cas MIMO : appliquer une unique contrainte H_∞ à un système MIMO ne revient pas à appliquer une contrainte H_∞ sur chacun des transferts, voir [11] pour plus de détails.

A ce sujet, le passage au cas MIMO ne semble pas poser de problèmes théoriques importants dans la mesure où le numérateur et le dénominateur du système en boucle fermée restent linéaires par rapport aux coefficients du correcteur. Les seules craintes concernent la complexité des LMIs à résoudre. D'un point de vue numérique, il se peut que les solveurs actuels rencontrent quelques problèmes lors de la résolution de ces LMIs.

Les perspectives d'extension de ces travaux peuvent être résumées ainsi :

- mieux caractériser l'impact du choix du polynôme central sur les performances atteignables du système en boucle fermée ;
- arriver à intégrer des contraintes temporelles (dépassement, saturation) et les combiner avec des techniques d'anti-emballement avec comme objectif le contrôle d'un moteur d'avion ;
- étudier des aspects relatifs au conditionnement numérique des LMI, notamment dans le cas MIMO, étudier d'autres choix de bases pour les polynômes.

RÉFÉRENCES

- [1] D.J. Leith et W.E. Leithead. Survey of gain-scheduling analysis and design. *Int. J. Control*, 73(11) :1001–1025, 2000.
- [2] W.J. Rugh et J.S. Shamma. Research on gain scheduling. *Automatica*, 36 :1401–1425, 2000.
- [3] G.J. Balas. Linear, parameter-varying control and its application to a turbofan engine. *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 12(9) :763–796, 2002.
- [4] F. Bruzelius. *Linear Parameter-Varying Systems - An approach to gain scheduling*. PhD thesis, Chalmers University, Göteborg, Sweden, 2004.
- [5] C. W. Scherer et S. Weiland. *Linear Matrix Inequalities in Control*. DISC Course Lecture Notes, The Netherlands, 2000.
- [6] M. G. Wassink, M. van de Wal, C. W. Scherer, et O. Bosgra. LPV control for a wafer stage : beyond the theoretical solution. *Control Engineering Practice*, 13 :231–245, 2005.
- [7] L. Reberga, D. Henrion, Bernussou J., et F. Vary. LPV modeling of a turbofan engine. In *IFAC World Congress on Automatic Control*, Prague, Czech Republic, 2005.
- [8] D. Henrion, L. Reberga, J. Bernussou, et F. Vary. Linearization and identification of aircraft turbofan engine models. In *IFAC symposium on Automatic Control in Aerospace*, St Petersburg, Russia, June 2004.
- [9] M. C. de Oliveira et R. E. Skelton. *On stability tests for constrained linear systems*, pages 241–257. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer Verlag, 2001. Edited by S. O. Reza Moheimani.
- [10] D. Henrion, D. Arzelier, et D. Peaucelle. Positive polynomial matrices and improved LMI robustness conditions. *Automatica*, 39(8) :1479–1485, August 2003.
- [11] S. Skogestad et I. Postlethwaite. *Multivariable feedback control*. Wiley, Londres, 1996.
- [12] K.J. Astrom. Limitations on control system performance. *European J. of Control*, 6 :2–20, 2000.
- [13] C. W. Scherer. LMI relaxations in robust control. *European J. of Control*, 12(1) :3–29, 2006.
- [14] J.-B. Lasserre. Global optimization with polynomials and the problem of moments. *SIAM J. on Optimization*, 11(3) :796–817, 2001.
- [15] D. Henrion, M. Šebek, et V. Kučera. Positive polynomials and robust stabilization with fixed-order controllers. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 48(7) :1178–1186, July 2004.
- [16] J. Löfberg. YALMIP : Yet Another LMI Parser, August 2001. URL : www.control.isy.liu.se/~johanl/yalmip.html.
- [17] J.F. Sturm. Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Softwares*, 11(12) :625–653, 1999.
- [18] J. M. Gomes da Silva Jr. et S. Tarbouriech. Anti-windup design with guaranteed regions of stability : an LMI-based approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 50(1) :106–111, 2005.