Examen du cours “Evaluation de Performances”

Olivier Brun

18 décembre 2007

Problème No 1

On considère un parc de trois machines identiques. La probabilité pour qu'une machine tombe en panne au cours d'une journée est égale à $p < 1$. Un service de maintenance assure le dépannage des machines. Une machine qui tombe en panne au cours d'une journée est prise en charge le lendemain. Le service de maintenance peut dépanner au maximum une machine par jour. La machine dépannée est disponible le lendemain.

Q.1 Montrer que l'évolution de l'état du parc de machines peut être modélisée par une chaîne de Markov.

Q.2 Représenter le diagramme de transitions de cette chaîne de Markov.

Q.3 Donner un ensemble d'équations dont la résolution permettrait de déterminer les probabilités caractérisant le fonctionnement du parc de machines en régime permanent.

Donner en fonction de ces probabilités:

Q.4 Le nombre moyen de machines en fonctionnement

Q.5 Le nombre moyen de machines en panne

Problème No 2

On considère le réseau téléphonique représenté sur la figure 1. Cette figure indique la numérotation des noeuds et des liens. On suppose que tous les liens ont une capacité de 20 circuits.

Ce réseau doit acheminer 12 flots d'appels, de chaque noeud $i = 1, 2, 3, 4$ vers tous les autres noeuds $j = 1, 2, 3, 4$, $j \neq i$. On note $Y_{i,j}$ le trafic offert du flot de i vers j. Les valeurs de ces trafics offerts (en Erlangs) sont précisées dans le tableau ci-dessous.

	1,2	1,3	1,4	2,1	2,3	2,4	3,1	3,2	3,4	4,1	4,2	4,3
$Y_{i,j}$	1.5	2	2	2	2.5	1.5	1	3	2	3	2	2

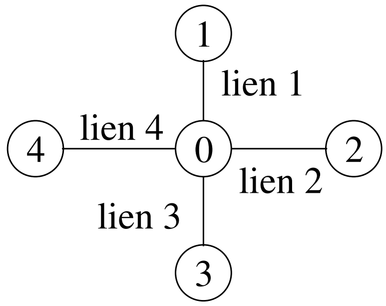

Figure 1: Réseau téléphonique considéré dans le problème.

Q.1 Ecrire un tableau précisant pour chaque lien les flots qui passent dessus.

Q.2 Justifier succintement et de manière informelle pourquoi on peut penser que l'hypothèse d'indépendance des probabilités de blocage est assez bien vérifiée.

Q.3 Appliquer les deux premières itérations de l'algorithme du point fixe d'Erlang. On pourra utiliser les valeurs de la fonction d'Erlang-B données dans le tableau suivant.

$E(11.5, 20)$	0.00687
$E(12.33, 20)$	0.0121
$E(12.35, 20)$	0.0123
$E(12.36, 20)$	0.0124
$E(12.5, 20)$	0.0135

Q.4 En supposant que l'algorithme a convergé au bout de ces deux itérations, en déduire la probabilité de blocage de chaque lien et le trafic qu'il écoule.

Q.4 Quelle est la probabilité de blocage de bout-en-bout de chaque flot d'appels ? En déduire le trafic écoulé par chaque flot.

Problème No 3

Les codecs voix utilisent des techniques de détection de silence pour compresser le signal voix et ainsi réduire la quantité d'information à transmettre. On modélise souvent un tel codec par un système à deux états: l'état ON représente les périodes de parole alors que l'état OFF représente les silences. Le système alterne entre ces deux états.

On suppose ici que les temps de séjour dans les états ON et OFF sont gouvernés par des distributions exponentielles négatives de paramètres α pour l'état ON et β pour l'état OFF (cf. figure 2). Dans l'état ON, des paquets de taille constante S octets sont transmis toutes les $T = 1/\lambda$ secondes.

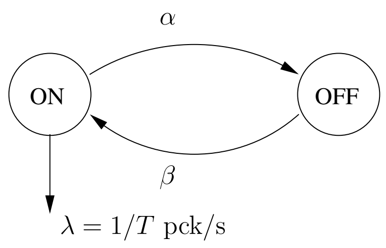

Figure 2: Modèle d'un codec voix.

Q.1 Quand le système entre dans l'état ON, combien de temps y reste-t-il en moyenne (on notera T_{ON} ce temps) ? Même question pour l'état OFF.

Q.2 Expliquer pourquoi le système décrit ci-dessus est markovien.

Q.3 Déterminer les probabilités π_{ON} et π_{OFF} des états ON et OFF en régime stationnaire.

Q.4 Donner l'expression du débit moyen $\overline{\lambda}$ du codec (en kbps).

Q.4 Application numérique: calculer les valeurs numériques de π_{ON}, π_{OFF} et $\overline{\lambda}$ sachant que T_{ON}=0.352s, T_{OFF}=0.650s, T=6ms et S=104 octets.