Examen du cours “Evaluation de Performances”

Olivier Brun et Urtzi Ayesta

18 décembre 2006

Problème No 1

Les codecs voix utilisent des techniques de détection de silence pour compresser le signal voix et ainsi réduire la quantité d'information à transmettre. On modélise souvent un tel codec par un système à deux états: l'état ON représente les périodes de parole alors que l'état OFF représente les silences. Le système alterne entre ces deux états.

On suppose ici que les temps de séjour dans les états ON et OFF sont gouvernés par des distributions exponentielles négatives de paramètres α pour l'état ON et β pour l'état OFF (cf. figure 1). Dans l'état ON, des paquets de taille constante S octets sont transmis toutes les $T = 1/\lambda$ secondes.

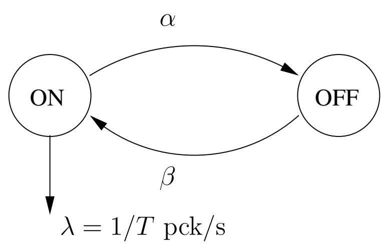

FIG. 1 – *Modèle d'un codec voix.*

Q.1 Quand le système entre dans l'état ON, combien de temps y reste-t-il en moyenne (on notera T_{ON} ce temps) ? Même question pour l'état OFF.

Q.2 Expliquer pourquoi le système décrit ci-dessus est markovien.

Q.3 Déterminer les probabilités π_{ON} et π_{OFF} des états ON et OFF en régime stationnaire.

Q.4 Donner l'expression du débit moyen $\overline{\lambda}$ du codec (en kbps).

Q.4 Application numérique: calculer les valeurs numériques de π_{ON}, π_{OFF} et $\overline{\lambda}$ sachant que T_{ON}=0.352s, T_{OFF}=0.650s, T=6ms et S=104 octets.

Problème No 2

On considère un faisceau téléphonique de capacité N circuits. Les appels arrivent sur ce faisceau suivant un processus de Poisson de taux λ et ont une durée exponentiellement distribuée de moyenne $1/\mu$.

Q.1 Quelle est la valeur du trafic offert Y ? Que représente ce trafic offert ?

Q.2 Représenter le diagramme de transition associé au nombre de circuits occupés.

Q.3 Soit $P_k(t)$ la probabilité que k circuits soient occupés à l'instant t. Pour une petite variation de temps Δt, exprimer les probabilités $P_k(t + \Delta t)$ pour $k = 0, \ldots, N$ en fonction des probabilités à l'instant t. En déduire l'expression de la dérivée $\dot{P}_k(t)$ de $P_k(t)$ par rapport au temps.

Q.4 Déduire de la question précédente la distribution du nombre de circuits occupés en régime stationnaire. Quelle est la probabilité de blocage ?

Q.4 Quelle est l'expression du trafic écoulé? Que représente cette quantité ?

Q.5 Soit $X(t)$ le nombre moyen de circuits occupés à l'instant t et $\dot{X}(t) = dX(t)/dt$. Montrer que la relation suivante est vérifiée:

$$\dot{X}(t) = \lambda\,[1 - P_N(t)] \;-\; \mu\,X(t)$$

Problème No 3

Un routeur dans l'Internet recoit des paquets selon un processus de Poisson (voir Figure 2). Avec une probabilité 30% la taille d'un paquet est de 50 octets et le reste ont une taille de 500 octets. La capacité du lien de sortie est 100 Mbit/s. En moyenne, la quantité de trafic qui arrive au routeur est 80 Mbit/s

a) Avec quelle file d'attente proposeriez vous de modeliser ce routeur?
b) Quel est le temps de transmission d'un paquet dans le lien?
c) Quel est le taux d'arrivée des paquets par unité de temps?
d) Quelle est la charge ρ du routeur?
e) Quel est le nombre moyen de paquets dans le routeur?
f) Quel est le temps moyen qu'un paquet passe dans le routeur?

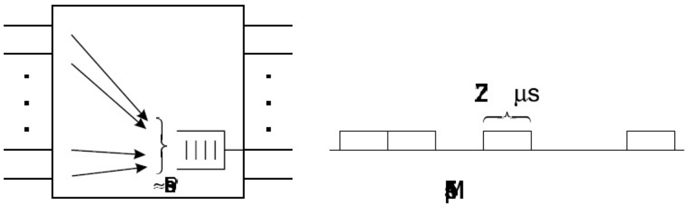

FIG. 2 – *Routeur dans l'Internet*

Problème No 4

Soit une file $M/M/1/K$ avec un taux d'arrivée λ et un taux de départ μ. Soit $\pi(i)$, $i = 0,\ldots,K$, la probabilité à l'équilibre qu'il y ait i tâches dans la file.

a) Que'est ce que $\lambda \sum_{i=0}^{K-1} \pi(i)$ représente ?

b) Et $\mu \sum_{i=1}^{K} \pi(i)$?

c) Comparez les expressions obtenues en (a) et (b). Interpretez le resultat.

d) Calculez et interpretez la valeur de $\lambda \sum_{i=0}^{K-1} \pi(i)$ lorsque $K \to \infty$.

e) Calculez et interpretez la valeur de $\mu \sum_{i=1}^{K} \pi(i)$ lorsque $K \to \infty$.

f) Comparez les resultats obtenus en (d) et (e). Interpretez le resultat.